

Roteiro

Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

Situação Atual

Quem foi Alan  
Turing?

- 1 Exercício
- 2 Linguagens Livres de Contexto  
Propriedades de Fechamento
- 3 Situação Atual  
Pumping Lemma
- 4 Quem foi Alan Turing?

Roteiro

Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

Situação Atual

Quem foi Alan  
Turing?

Construa um Aut. de Pilha que aceite a mesma linguagem gerada pela gramática:

$$S \rightarrow aAA$$

$$A \rightarrow aS \mid bS \mid a$$

Roteiro

Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

Propriedades de  
Fechamento

Situação Atual

Quem foi Alan  
Turing?

## Linguagem Livre de Contexto

Uma linguagem  $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$  é **Livre de Contexto** se existe uma gramática livre de contexto  $G$  tal que  $\mathcal{L}(G) = \mathcal{L}$ .

## Linguagem Livre de Contexto

Uma linguagem  $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$  é **Livre de Contexto** se existe um autômato de pilha  $A$  tal que  $\mathcal{L}(A) = \mathcal{L}$ .

# Fechamento por União

Roteiro

Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

Propriedades de  
Fechamento

Situação Atual

Quem foi Alan  
Turing?

A classe das linguagens Livres de Contexto  
é fechada por união!

- Dadas duas gramáticas:  $G_1 = (V_1, \Sigma_1, R_1, S_1)$  e  $G_2 = (V_2, \Sigma_2, R_2, S_2)$ ;
- A união  $\mathcal{L}(G_1) \cup \mathcal{L}(G_2)$  é gerada pela gramática:

# Fechamento por União

Roteiro

Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

Propriedades de  
Fechamento

Situação Atual

Quem foi Alan  
Turing?

A classe das linguagens Livres de Contexto  
é fechada por união!

- Dadas duas gramáticas:  $G_1 = (V_1, \Sigma_1, R_1, S_1)$  e  $G_2 = (V_2, \Sigma_2, R_2, S_2)$ ;
- A união  $\mathcal{L}(G_1) \cup \mathcal{L}(G_2)$  é gerada pela gramática:
- $G_3 = \{V_1 \cup V_2 \cup \{S_3\}, \Sigma_1 \cup \Sigma_2, R_1 \cup R_2 \cup \{S_3 \rightarrow S_1 \mid S_2\}, S_3\}$

Roteiro

Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

Propriedades de  
Fechamento

Situação Atual

Quem foi Alan  
Turing?

## Exercícios

- Construa uma gramática para:  
 $\mathcal{L}_1 = \{0^n 1^n 2^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$ ;
- Construa uma gramática para:  
 $\mathcal{L}_2 = \{0^n 1^m 2^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$ .

## Exercícios

- Construa uma gramática para:  
 $\mathcal{L}_1 = \{0^n 1^n 2^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$ ;
- Construa uma gramática para:  
 $\mathcal{L}_2 = \{0^n 1^m 2^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$ .

Mas  $\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2$  é  $\{0^n 1^n 2^n \mid n \geq 0\}$ . Veremos que essa linguagem não é livre de contexto!

# Fechamento por Complementação

Roteiro

Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

Propriedades de  
Fechamento

Situação Atual

Quem foi Alan  
Turing?

Se é fechada por **união** e não é fechada por **interseção**,  
pode ser fechada por **complementação**?

# Fechamento por Complementação

Roteiro

Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

Propriedades de  
Fechamento

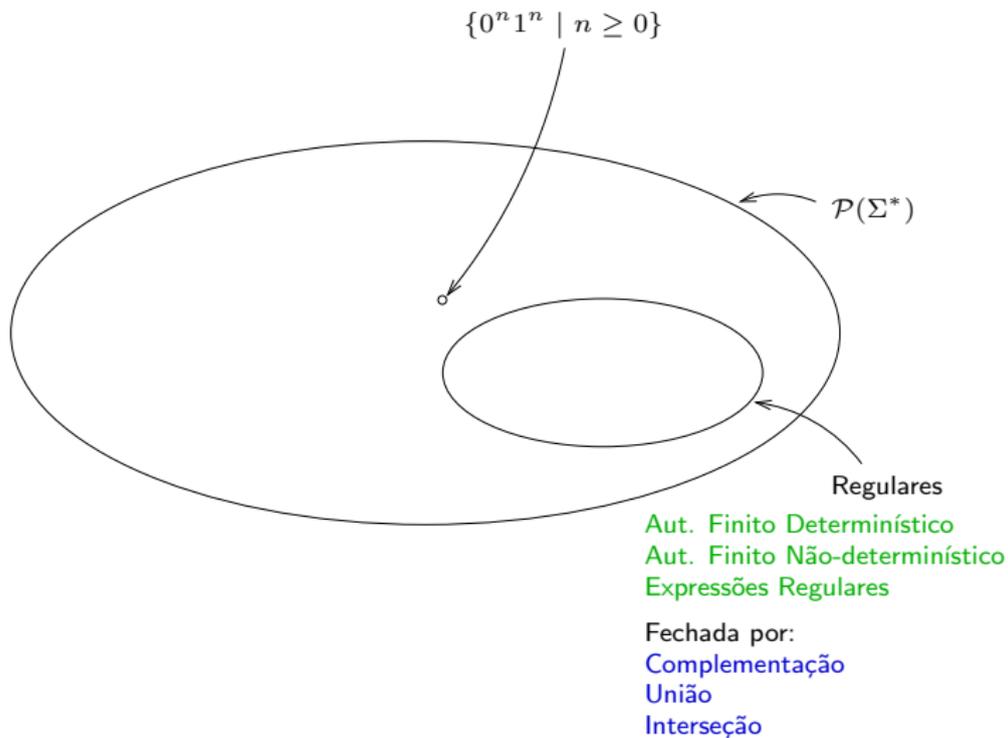
Situação Atual

Quem foi Alan  
Turing?

Se é fechada por **união** e não é fechada por **interseção**,  
pode ser fechada por **complementação**?

Não, por causa do DeMorgan...  $A \cap B = \overline{\overline{A} \cup \overline{B}}$

# Situação Atual



Roteiro

Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

**Situação Atual**

Pumping Lemma

Quem foi Alan  
Turing?

# Situação Atual

Roteiro

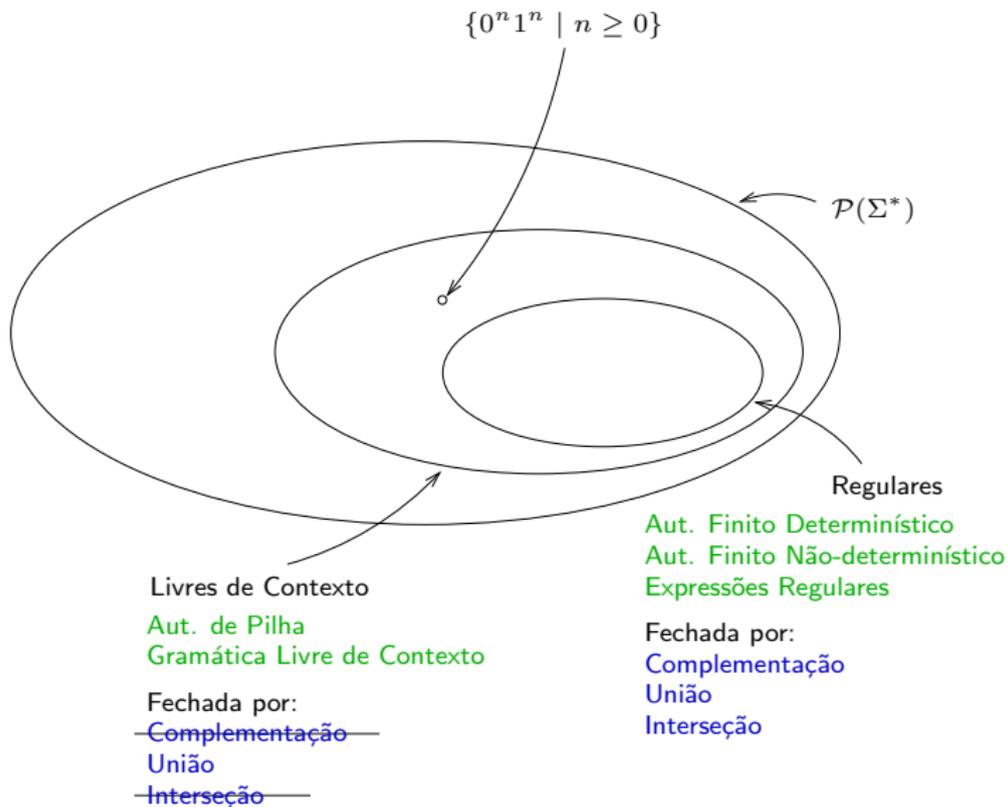
Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

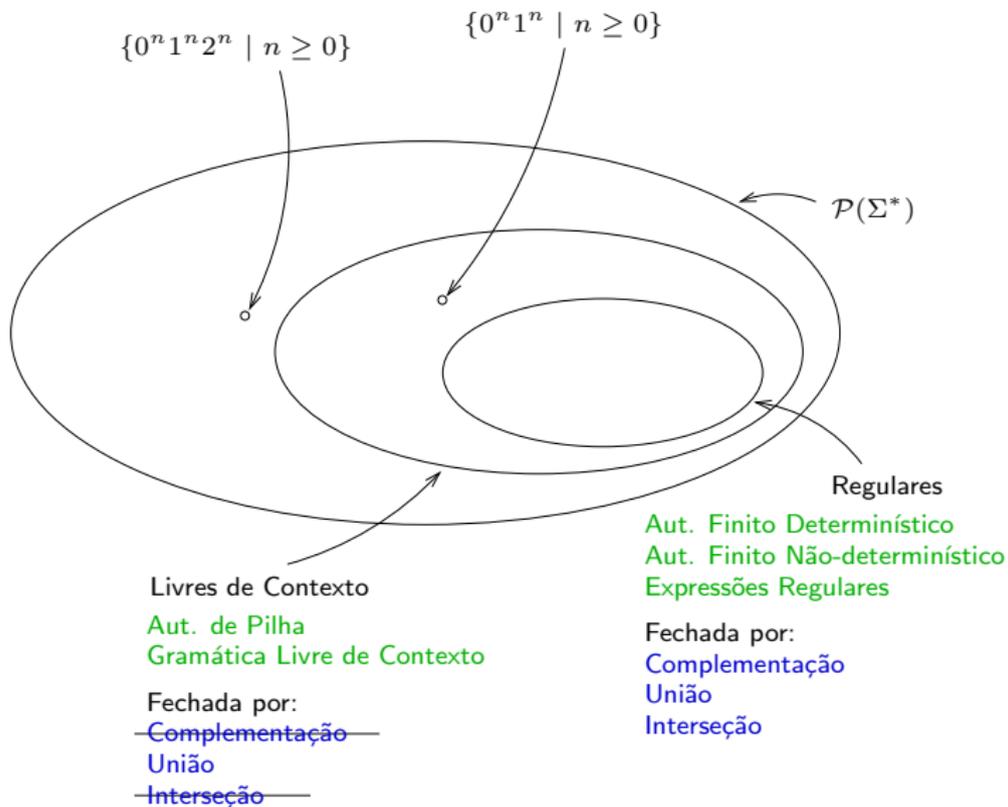
**Situação Atual**

Pumping Lemma

Quem foi Alan  
Turing?



# Situação Atual



Roteiro

Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

Situação Atual

Pumping Lemma

Quem foi Alan  
Turing?

# Árvore de derivação para Gramáticas

$$S \rightarrow B1B1B1B, B \rightarrow BB \mid 0 \mid 1 \mid \varepsilon$$

S

Roteiro

Exercício

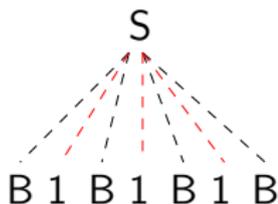
Linguagens  
Livres de  
Contexto

Situação Atual  
**Pumping Lemma**

Quem foi Alan  
Turing?

# Árvore de derivação para Gramáticas

$$S \rightarrow B1B1B1B, B \rightarrow BB \mid 0 \mid 1 \mid \varepsilon$$



Roteiro

Exercício

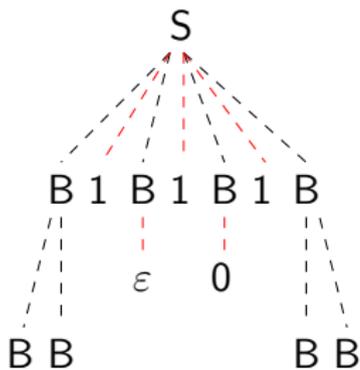
Linguagens  
Livres de  
Contexto

Situação Atual  
Pumping Lemma

Quem foi Alan  
Turing?

# Árvore de derivação para Gramáticas

$$S \rightarrow B1B1B1B, B \rightarrow BB \mid 0 \mid 1 \mid \varepsilon$$



Roteiro

Exercício

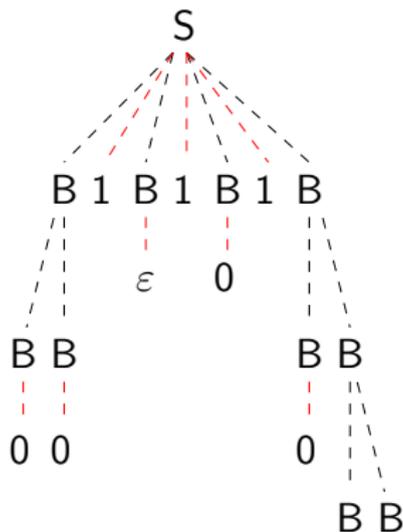
Linguagens  
Livres de  
Contexto

Situação Atual  
Pumping Lemma

Quem foi Alan  
Turing?

# Árvore de derivação para Gramáticas

$$S \rightarrow B1B1B1B, B \rightarrow BB \mid 0 \mid 1 \mid \varepsilon$$



Roteiro

Exercício

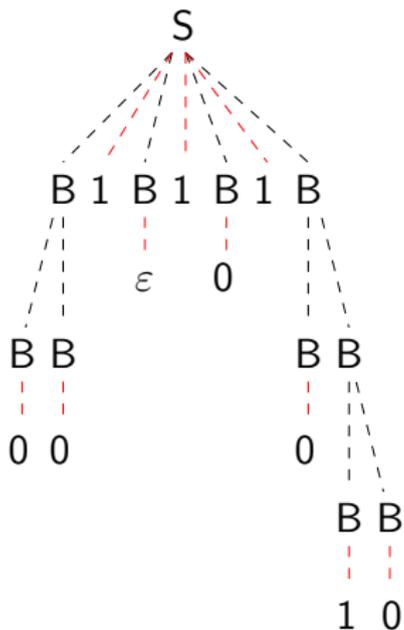
Linguagens  
Livres de  
Contexto

Situação Atual  
Pumping Lemma

Quem foi Alan  
Turing?

# Árvore de derivação para Gramáticas

$$S \rightarrow B1B1B1B, B \rightarrow BB \mid 0 \mid 1 \mid \varepsilon$$



Roteiro

Exercício

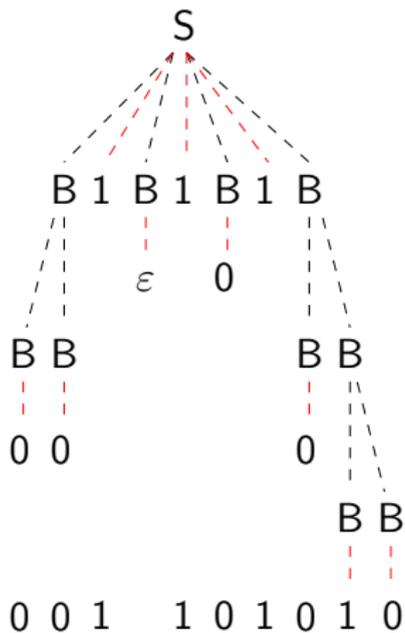
Linguagens  
Livres de  
Contexto

Situação Atual  
Pumping Lemma

Quem foi Alan  
Turing?

# Árvore de derivação para Gramáticas

$$S \rightarrow B1B1B1B, B \rightarrow BB \mid 0 \mid 1 \mid \varepsilon$$



Roteiro

Exercício

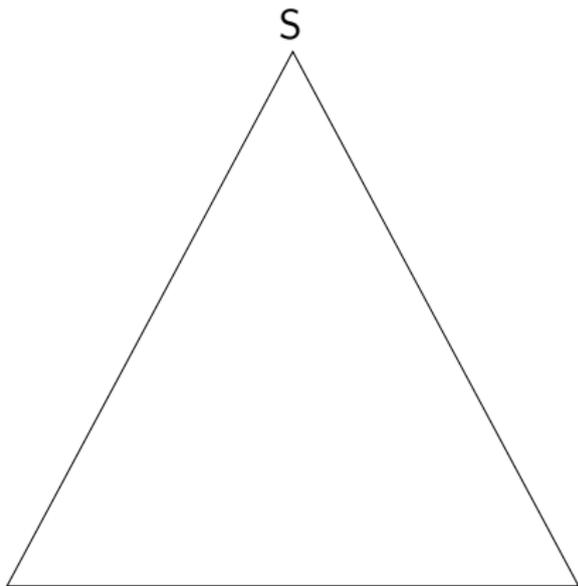
Linguagens  
Livres de  
Contexto

Situação Atual  
Pumping Lemma

Quem foi Alan  
Turing?

# Árvore de derivação para Gramáticas

$$S \rightarrow B1B1B1B, B \rightarrow BB \mid 0 \mid 1 \mid \varepsilon$$



Roteiro

Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

Situação Atual  
**Pumping Lemma**

Quem foi Alan  
Turing?

# Bombeando em gramáticas

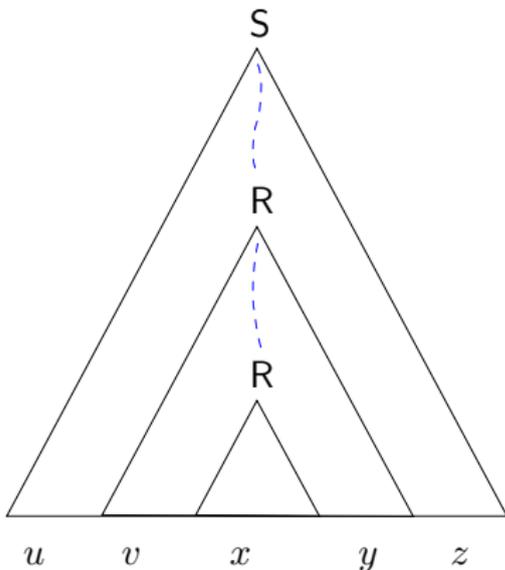
Roteiro

Exercício

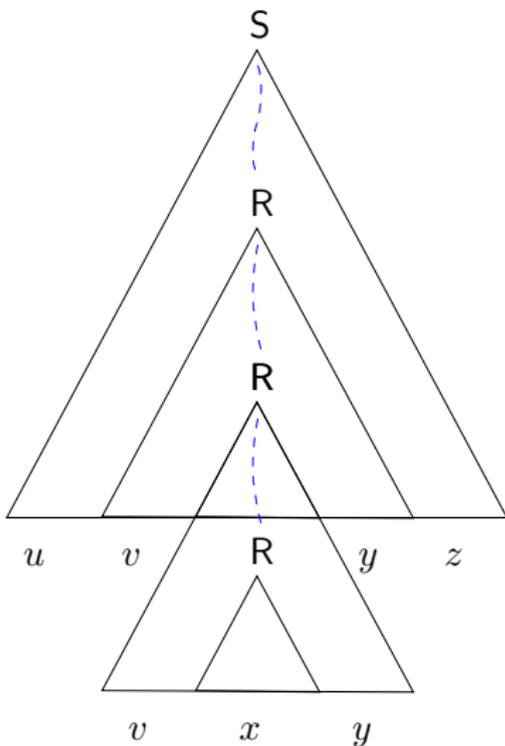
Linguagens  
Livres de  
Contexto

Situação Atual  
**Pumping Lemma**

Quem foi Alan  
Turing?



# Bombeando em gramáticas



Roteiro

Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

Situação Atual  
**Pumping Lemma**

Quem foi Alan  
Turing?

# Bombeando em gramáticas

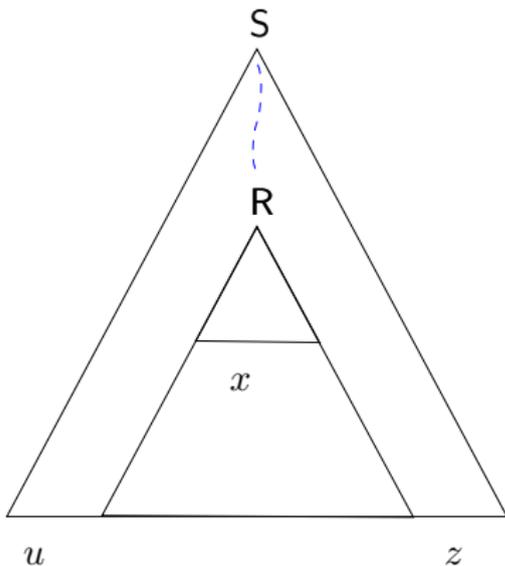
Roteiro

Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

Situação Atual  
**Pumping Lemma**

Quem foi Alan  
Turing?



## Pumping Lemma

- **Para toda** linguagem livre de contexto  $\mathcal{L}$ ;
- **Existe**  $p \in \mathbb{N}$ ; tal que
- **Para toda** palavra  $w \in \mathcal{L}$ ,  $|w| \geq p$ ;
- **Existe**  $u, v, x, y, z$ :
  - $w = uvxyz$ ;
  - $|vxy| \leq p$ ;
  - $|vy| \geq 1$ ; tal que
- **Para todo**  $i \geq 0$ ,  $uv^i xy^i z \in \mathcal{L}$ .

## Pumping Lemma

- **Para toda** linguagem livre de contexto  $\mathcal{L}$ ;
- **Existe**  $p \in \mathbb{N}$ ; tal que
- **Para toda** palavra  $w \in \mathcal{L}$ ,  $|w| \geq p$ ;
- **Existe**  $u, v, x, y, z$ :
  - $w = uvxyz$ ;
  - $|vxy| \leq p$ ;
  - $|vy| \geq 1$ ; tal que
- **Para todo**  $i \geq 0$ ,  $uv^i xy^i z \in \mathcal{L}$ .

Se  $\mathcal{L}$  é livre de contexto  $\implies$  vale o PL para  $\mathcal{L}$

↓ **contrapositiva**

Se não vale o PL para  $\mathcal{L} \implies \mathcal{L}$  não é livre de contexto

Roteiro

Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

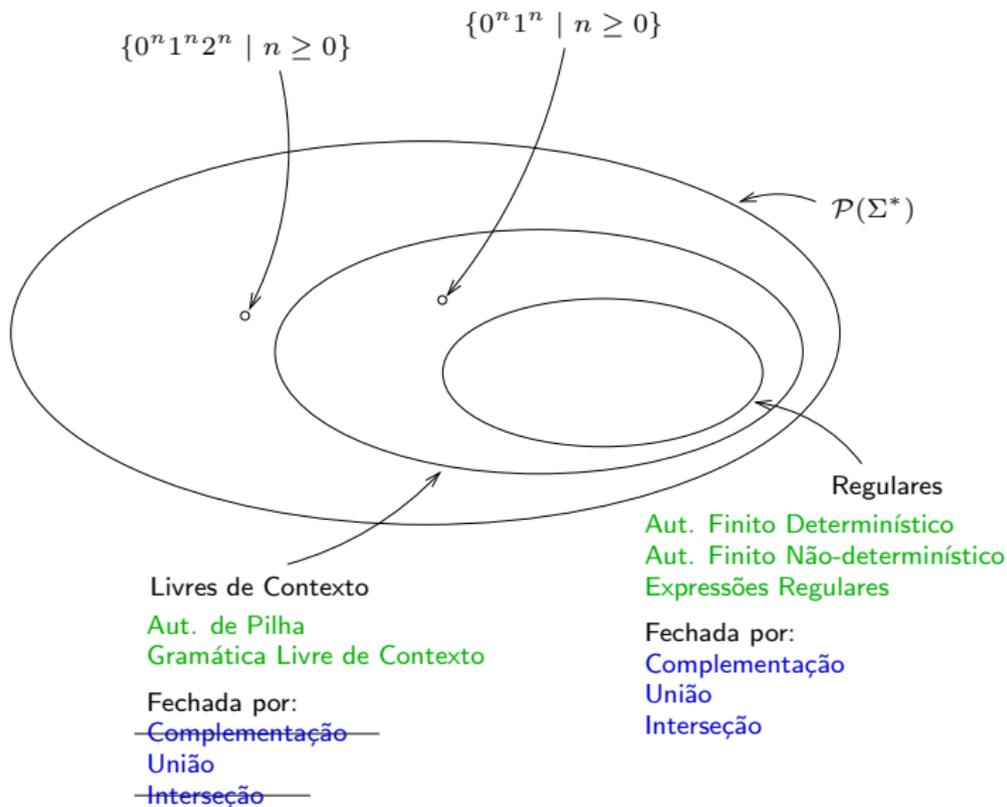
Situação Atual  
Pumping Lemma

Quem foi Alan  
Turing?

Vamos demonstrar que a seguinte linguagem  
**não** é livre de contexto

- $\{0^n 1^n 2^n \mid n \geq 0\}$ ;

# Situação Atual



Roteiro

Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

Situação Atual  
Pumping Lemma

Quem foi Alan  
Turing?

# Alan Turing



Roteiro

Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

Situação Atual

Quem foi Alan  
Turing?

# Máquina Enigma

## Criptografia na 2. Guerra Mundial

Roteiro

Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

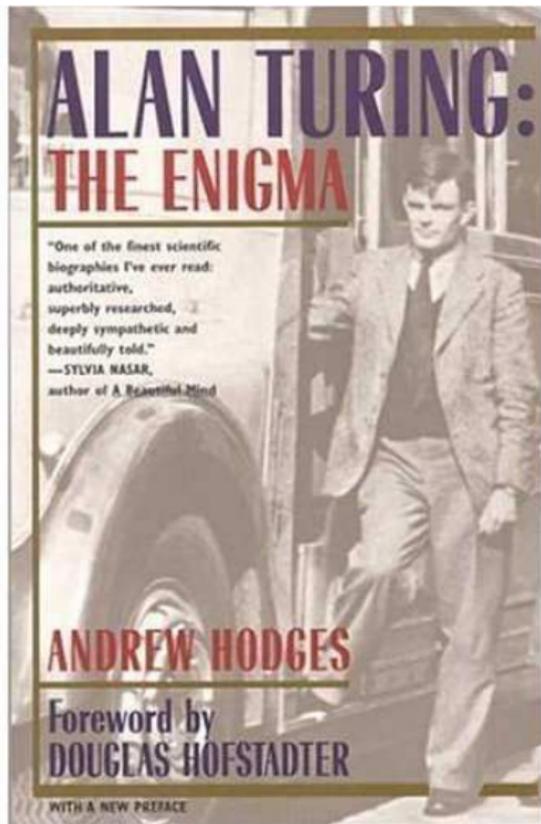
Situação Atual

Quem foi Alan  
Turing?



# Biografia

Uma vida bastante agitada...



Roteiro

Exercício

Linguagens  
Livres de  
Contexto

Situação Atual

Quem foi Alan  
Turing?