

Roteiro

Gramáticas
Livres de
Contexto

Exercícios

Ambigüidade

Toda
linguagem
regular é livre
de contexto

Discussões

1 Gramáticas Livres de Contexto

Sintaxe

Semântica

2 Exercícios

3 Ambigüidade

4 Toda linguagem regular é livre de contexto

5 Discussões

- Informalmente, uma **gramática** é um mecanismo de produção de palavras (ou sentenças) a partir de substituição de variáveis.
- Palavras-chave: **Variáveis, símbolos terminais, produções** (ou **regras**)

$$E \rightarrow \varepsilon$$

$$E \rightarrow 0E1$$

- Variáveis: E ;
- Símbolos terminais: $\{0, 1, \varepsilon\}$;
- Produções: $\{E \rightarrow \varepsilon, E \rightarrow 0E1\}$.

Que linguagem essa gramática vai gerar?

$$E \rightarrow \varepsilon$$

$$E \rightarrow 0E1$$

Que palavras são geradas (aceitas) pela gramática?

- 0011;
- ε ;
- 00011;
- 01010101.

Que linguagem essa gramática vai gerar?

$$E \rightarrow \varepsilon$$

$$E \rightarrow 0E1$$

Que palavras são geradas (aceitas) pela gramática?

- 0011;
- ε ;
- 00011;
- 01010101.

Nossa velha conhecida: $\{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$.

Uma **Gramática Livre de Contexto** é um tupla

$$G = (V, \Sigma, R, S), \text{ onde}$$

V	conjunto finito de variáveis (ou símbolos não-terminais)
Σ	alfabeto finito de símbolos terminais: $V \cap \Sigma = \emptyset$
$S \in V$	variável inicial
$R \subseteq V \times (\Sigma \cup V)^*$	conjunto finito de produções (ou regras)

Escrevemos uma produção com $A \rightarrow \alpha$,
onde $A \in V$ e $\alpha \in (\Sigma \cup V)^*$

Exemplo

$$G_1 = (\{E\}, \{+, *, [,], id\}, P, E)$$

onde $P = \{(E, E + E), (E, E * E), (E, [E]), (E, id)\}$

Representação gráfica

$$E \rightarrow E + E$$

$$E \rightarrow E * E$$

$$E \rightarrow [E]$$

$$E \rightarrow id$$

ou

$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid [E] \mid id$$

- Dada uma gramática $G = (V, \Sigma, R, S)$;
- Sejam u , v e w palavras sobre $V \cup \Sigma$;
- Seja A uma variável em V ;
- Dizemos que uAv gera (ou produz) uwv , denotado $uAv \Rightarrow uwv$, se:
 - Existe uma produção $A \rightarrow w$ em R ;

Exemplo: em G_1

$$\underbrace{[id+}_{u} \underbrace{E}_{A}]}_{v} \Rightarrow \underbrace{[id+}_{u} \underbrace{E * E}_{w}]}_{v}$$

Roteiro

Gramáticas
Livres de
Contexto

Sintaxe
Semântica

Exercícios

Ambigüidade

Toda
linguagem
regular é livre
de contexto

Discussões

- Escrevemos $u \xRightarrow{*} v$ se:
 - $u = v$; ou
 - existe seqüência $u \Rightarrow u_1 \Rightarrow u_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow u_k \Rightarrow v$, para $k \geq 0$.

Exemplo em G_1 : $E \xRightarrow{*} [id + id]$, pois

$$E \Rightarrow [E] \Rightarrow [E + E] \Rightarrow [id + E] \Rightarrow [id + id]$$

$$E \Rightarrow [E] \Rightarrow [E + E] \Rightarrow [id + E] \Rightarrow [id + id]$$

Derivação de $[id+id]$ a partir de E

Roteiro

Gramáticas
Livres de
Contexto

Sintaxe
Semântica

Exercícios

Ambigüidade

Toda
linguagem
regular é livre
de contexto

Discussões

- Finalmente, a **linguagem** gerada (aceita) por G é:
- $\mathcal{L}(G) = \{w \in \Sigma^* \mid S \xRightarrow{*} w\}$

Linguagem Livre de Contexto

Uma linguagem $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$ é **Livre de Contexto** se existe uma gramática livre de contexto G tal que $\mathcal{L}(G) = \mathcal{L}$.

Construa uma gramática livre de contexto para as linguagens abaixo, sobre $\Sigma = \{0, 1\}$:

- Σ^* ;
- $\{0^n \mid n \geq 0\}$;
- $\{w \mid |w| \text{ é par}\}$;
- $\{w \mid w \text{ contém dois 1's consecutivos}\}$;
- $\{w \mid w \text{ contém pelo menos três 1's}\}$.

Ambigüidade

- A palavra $id + id * id$ possui várias derivações em G_1 :

$$E \Rightarrow E + E \Rightarrow id + E \Rightarrow id + E * E \Rightarrow id + E * id \Rightarrow id + id * id$$

$$E \Rightarrow E * E \Rightarrow E * id \Rightarrow E + E * id \Rightarrow id + E * id \Rightarrow id + id * id$$

$$E \Rightarrow E + E \Rightarrow id + E \Rightarrow id + E * E \Rightarrow id + id * E \Rightarrow id + id * id$$

$$E \Rightarrow E + E \Rightarrow E + E * E \Rightarrow id + E * E \Rightarrow id + E * id \Rightarrow id + id * id$$

$$E \Rightarrow E * E \Rightarrow E + E * E \Rightarrow id + E * E \Rightarrow id + id * E \Rightarrow id + id * id$$

⋮

Roteiro

Gramáticas
Livres de
Contexto

Exercícios

Ambigüidade

Toda
linguagem
regular é livre
de contexto

Discussões

Ambigüidade

- A palavra $id + id * id$ possui várias derivações em G_1 :

$$E \Rightarrow E + E \Rightarrow id + E \Rightarrow id + E * E \Rightarrow id + E * id \Rightarrow id + id * id$$

$$E \Rightarrow E * E \Rightarrow E * id \Rightarrow E + E * id \Rightarrow id + E * id \Rightarrow id + id * id$$

$$E \Rightarrow E + E \Rightarrow id + E \Rightarrow id + E * E \Rightarrow id + id * E \Rightarrow id + id * id$$

$$E \Rightarrow E + E \Rightarrow E + E * E \Rightarrow id + E * E \Rightarrow id + E * id \Rightarrow id + id * id$$

$$E \Rightarrow E * E \Rightarrow E + E * E \Rightarrow id + E * E \Rightarrow id + id * E \Rightarrow id + id * id$$

⋮

Derivações **mais à esquerda**. Por quê?

Roteiro

Gramáticas
Livres de
Contexto

Exercícios

Ambigüidade

Toda
linguagem
regular é livre
de contexto

Discussões

Ambigüidade

- Dizemos que a palavra $id + id * id$ é gerada ambigualmente em G_1 ; pois possui **mais de uma** derivação mais à esquerda em G_1 .

Isso não ocorre necessariamente para toda palavra gerada em G_1 !

- Exemplo: $[id + id] * id$ possui apenas uma derivação mais à esquerda:

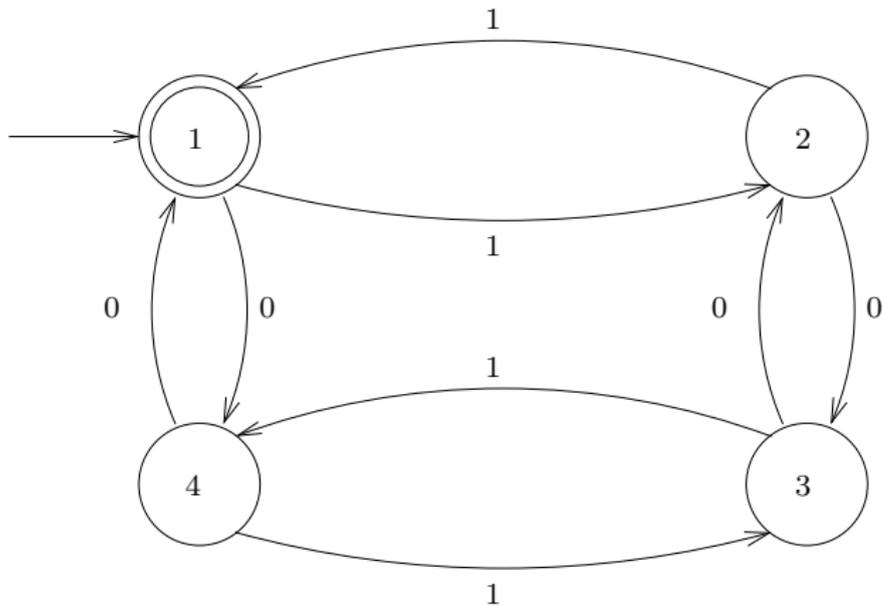
$$E \Rightarrow E * E \Rightarrow [E] * E \Rightarrow [E + E] * E \Rightarrow [id + E] * E \Rightarrow [id + id] * E \Rightarrow [id + id] * id$$

Gramática Ambígua

Uma gramática livre de contexto G é **ambígua** se existe uma palavra w gerada ambigualmente em G .

Se é regular, é livre de contexto...

Intuição sobre a prova desse teorema



Roteiro

Gramáticas
Livres de
Contexto

Exercícios

Ambigüidade

Toda
linguagem
regular é livre
de contexto

Discussões

Roteiro

Gramáticas
Livres de
Contexto

Exercícios

Ambigüidade

Toda
linguagem
regular é livre
de contexto

Discussões

- Existem **linguagens** inerentemente ambíguas!
- Por que esse nome de **livre de contexto**?