

Roteiro

NP-
completude:
exemplos

Exercício:
Conjunto
Independente
(IS)

Exercício:
Circuito
Hamiltoniano
(HC)

① NP-completude: exemplos

Clique

Situação atual

Cobertura de Vértices (Vertex Cover)

Conjunto Dominante (Dominating Set)

② Exercício: Conjunto Independente (IS)

③ Exercício: Circuito Hamiltoniano (HC)

Instância: grafo $G = (V, E)$ e inteiro positivo k

- Vamos reduzir 3SAT a Clique:
- Dada uma 3CNF-fórmula ϕ , construímos em tempo polinomial, um grafo G e um k , tal que:

ϕ é satisfatível sse G possui uma clique de tamanho k

Roteiro

NP-
completude:
exemplos

Clique

Situação atual
Cobertura de
Vértices (Vertex
Cover)
Conjunto
Dominante
(Dominating
Set)

Exercício:
Conjunto
Independente
(IS)

Exercício:
Circuito
Hamiltoniano
(HC)

Clique

$$\phi = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$

Roteiro

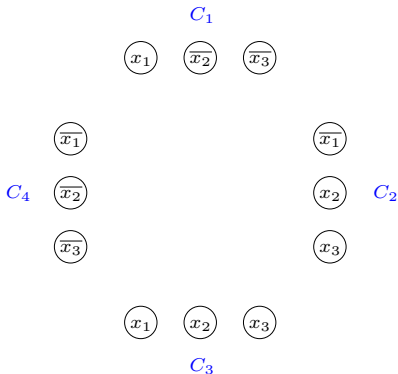
NP-
completude:
exemplos

Clique

Situação atual
Cobertura de
Vértices (Vertex
Cover)
Conjunto
Dominante
(Dominating
Set)

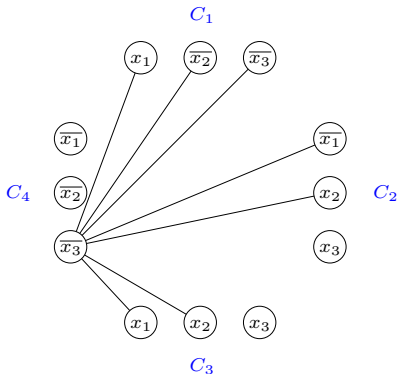
Exercício:
Conjunto
Independente
(IS)

Exercício:
Circuito
Hamiltoniano
(HC)



Clique

$$\phi = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$



Roteiro

NP-
completude:
exemplos

Clique

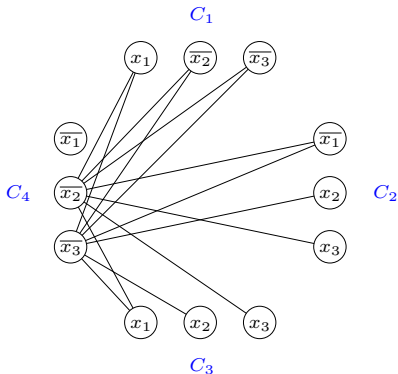
Situação atual
Cobertura de
Vértices (Vertex
Cover)
Conjunto
Dominante
(Dominating
Set)

Exercício:
Conjunto
Independente
(IS)

Exercício:
Circuito
Hamiltoniano
(HC)

Clique

$$\phi = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$



Roteiro

NP-
completude:
exemplos

Clique

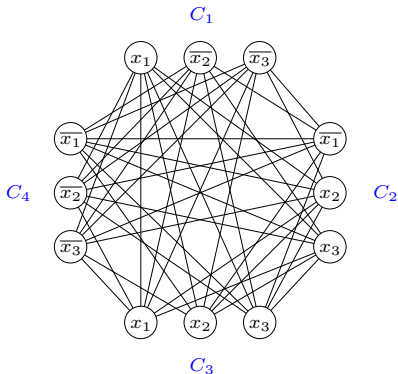
Situação atual
Cobertura de
Vértices (Vertex
Cover)
Conjunto
Dominante
(Dominating
Set)

Exercício:
Conjunto
Independente
(IS)

Exercício:
Circuito
Hamiltoniano
(HC)

Clique

$$\phi = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$



Roteiro

NP-
completude:
exemplos

Clique

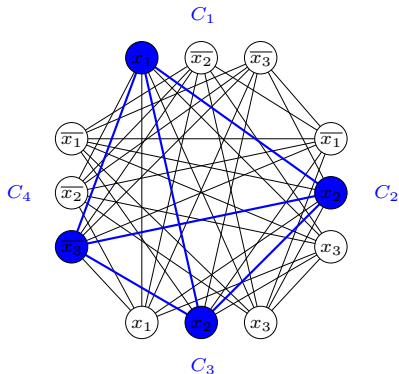
Situação atual
Cobertura de
Vértices (Vertex
Cover)
Conjunto
Dominante
(Dominating
Set)

Exercício:
Conjunto
Independente
(IS)

Exercício:
Circuito
Hamiltoniano
(HC)

Clique

$$\phi = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$



- Se ϕ tem 4 cláusulas, então G tem uma clique de tamanho 4, se e somente se ϕ é satisfável.

Roteiro

NP-
completude:
exemplos

Clique

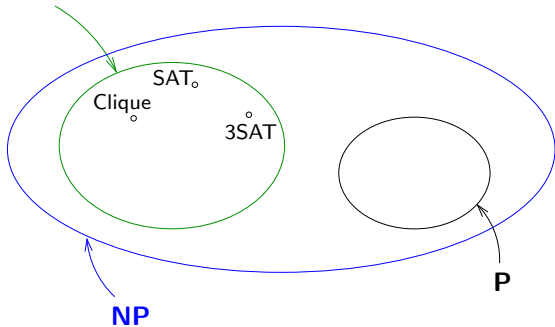
Situação atual
Cobertura de
Vértices (Vertex
Cover)
Conjunto
Dominante
(Dominating
Set)

Exercício:
Conjunto
Independente
(IS)

Exercício:
Circuito
Hamiltoniano
(HC)

Situação atual

NP-Completo



Roteiro

NP-
completude:
exemplos

Clique

Situação atual

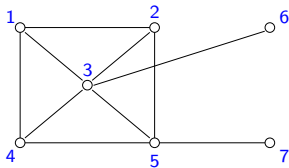
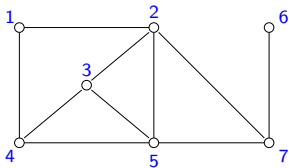
Cobertura de
Vértices (Vertex
Cover)

Conjunto
Dominante
(Dominating
Set)

Exercício:
Conjunto
Independente
(IS)

Exercício:
Circuito
Hamiltoniano
(HC)

Cobertura de Vértices (Vertex Cover)



Roteiro

NP-
completude:
exemplos

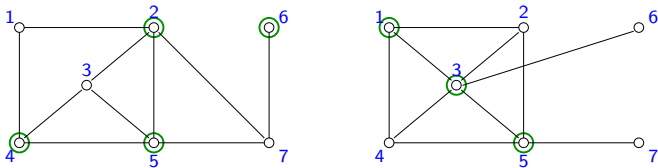
Clíque
Situação atual
Cobertura de
Vértices (Vertex
Cover)
Conjunto
Dominante
(Dominating
Set)

Exercício:
Conjunto
Independente
(IS)

Exercício:
Circuito
Hamiltoniano
(HC)

- Dado um grafo não-direcionado $G = (V, E)$ e um natural k , decidir se existe um subconjunto dos vértices de G , $V_c \subseteq V$, $|V_c| = k$, tal que:
 - Para toda aresta $(a, b) \in E$:
 - $a \in V_c$; ou
 - $b \in V_c$.

Cobertura de Vértices (Vertex Cover)



Cobertura Mínima

- Dado um grafo não-direcionado $G = (V, E)$ e um natural k , decidir se existe um subconjunto dos vértices de G , $V_c \subseteq V$, $|V_c| = k$, tal que:
 - Para toda aresta $(a, b) \in E$:
 - $a \in V_c$; ou
 - $b \in V_c$.

Cobertura de Vértices (Vertex Cover)

Mas VC é NP-completo também... como mostrar?

Roteiro

NP-
completude:
exemplos

Clique

Situação atual

**Cobertura de
Vértices (Vertex
Cover)**

Conjunto

Dominante
(Dominating
Set)

Exercício:

Conjunto

Independente
(IS)

Exercício:

Circuito

Hamiltoniano
(HC)

Cobertura de Vértices (Vertex Cover)

Mas VC é NP-completo também... como mostrar?

- Vamos reduzir Clique a VC;

Roteiro

NP-
completude:
exemplos

Clique
Situação atual
**Cobertura de
Vértices (Vertex
Cover)**
Conjunto
Dominante
(Dominating
Set)

Exercício:
Conjunto
Independente
(IS)

Exercício:
Circuito
Hamiltoniano
(HC)

Cobertura de Vértices (Vertex Cover)

Mas VC é NP-completo também... como mostrar?

- Vamos reduzir Clique a VC;
- Redução claramente polinomial: Dada instância para clique $G = (V, E), k$, construa a instância $\overline{G} = (V, \overline{E}), |V| - k$ para VC.
- \overline{G} possui cobertura de tamanho $|V| - k$ sse G possui clique de tamanho k . **Por quê?**

Roteiro

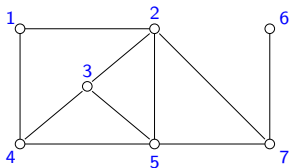
NP-
completude:
exemplos

Clique
Situação atual
Cobertura de
Vértices (Vertex
Cover)
Conjunto
Dominante
(Dominating
Set)

Exercício:
Conjunto
Independente
(IS)

Exercício:
Circuito
Hamiltoniano
(HC)

Conjunto Dominante (Dominating Set)



- Dado um grafo não-direcionado $G = (V, E)$ e um natural k , decidir se existe um subconjunto dos vértices de G , $V_c \subseteq V$, $|V_c| = k$, tal que:
 - Para todo vértice $v \in V$:
 - $v \in V_c$; ou
 - existe aresta $(a, v) \in E$ e $a \in V_c$.

Roteiro

NP-
completude:
exemplos

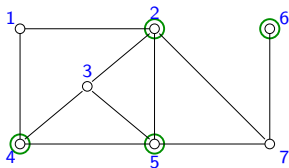
Clique
Situação atual
Cobertura de
Vértices (Vertex
Cover)

**Conjunto
Dominante
(Dominating
Set)**

Exercício:
Conjunto
Independente
(IS)

Exercício:
Circuito
Hamiltoniano
(HC)

Conjunto Dominante (Dominating Set)



- Dado um grafo não-direcionado $G = (V, E)$ e um natural k , decidir se existe um subconjunto dos vértices de G , $V_c \subseteq V$, $|V_c| = k$, tal que:
 - Para todo vértice $v \in V$:
 - $v \in V_c$; ou
 - existe aresta $(a, v) \in E$ e $a \in V_c$.

Roteiro

NP-
completude:
exemplos

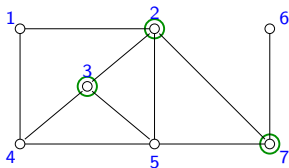
Clique
Situação atual
Cobertura de
Vértices (Vertex
Cover)

**Conjunto
Dominante
(Dominating
Set)**

Exercício:
Conjunto
Independente
(IS)

Exercício:
Circuito
Hamiltoniano
(HC)

Conjunto Dominante (Dominating Set)



- Dado um grafo não-direcionado $G = (V, E)$ e um natural k , decidir se existe um subconjunto dos vértices de G , $V_c \subseteq V$, $|V_c| = k$, tal que:
 - Para todo vértice $v \in V$:
 - $v \in V_c$; ou
 - existe aresta $(a, v) \in E$ e $a \in V_c$.

Roteiro

NP-
completude:
exemplos

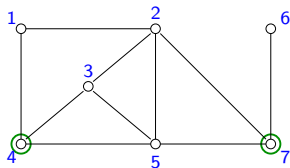
Clique
Situação atual
Cobertura de
Vértices (Vertex
Cover)

**Conjunto
Dominante
(Dominating
Set)**

Exercício:
Conjunto
Independente
(IS)

Exercício:
Circuito
Hamiltoniano
(HC)

Conjunto Dominante (Dominating Set)



Conjunto Dominante Mínimo

- Dado um grafo não-direcionado $G = (V, E)$ e um natural k , decidir se existe um subconjunto dos vértices de G , $V_c \subseteq V$, $|V_c| = k$, tal que:
 - Para todo vértice $v \in V$:
 - $v \in V_c$; ou
 - existe aresta $(a, v) \in E$ e $a \in V_c$.

Conjunto Dominante (Dominating Set)

Roteiro

NP-

completude:

exemplos

Clique

Situação atual

Cobertura de
Vértices (Vertex
Cover)

**Conjunto
Dominante
(Dominating
Set)**

Exercício:

Conjunto

Independente
(IS)

Exercício:

Circuito

Hamiltoniano
(HC)

Mas DS é NP-completo também... como mostrar?

Conjunto Dominante (Dominating Set)

Roteiro

NP-

completude:

exemplos

Clique

Situação atual

Cobertura de
Vértices (Vertex
Cover)

**Conjunto
Dominante
(Dominating
Set)**

Exercício:

Conjunto

Independente
(IS)

Exercício:

Circuito

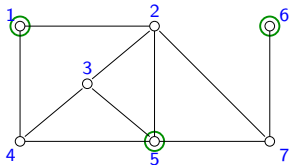
Hamiltoniano
(HC)

Mas DS é NP-completo também... como mostrar?

- Vamos reduzir VC a DS.

Exercício: Conjunto Independente (IS)

Mostre que o seguinte problema é NP-completo



- Dado um grafo não-direcionado $G = (V, E)$ e um natural k , decidir se existe um subconjunto dos vértices de G , $V_c \subseteq V$, $|V_c| = k$, tal que:
 - Se $a \in V_c$ e $b \in V_c$, então $(a, b) \notin E$

Caminho Hamiltoniano (HP) é NP-completo

Roteiro

NP-
completude:
exemplos

Exercício:
Conjunto
Independente
(IS)

Exercício:
Circuito
Hamiltoniano
(HC)

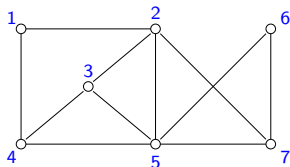
Há uma redução **muito interessante**

de **3SAT** para HP no **Sipser**

Vale a pena conferir...

Exercício: Circuito Hamiltoniano (HC)

Mostre que o seguinte problema é NP-completo

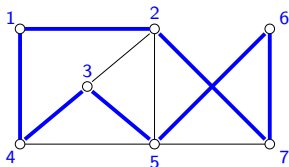


- Dado um grafo não-direcionado $G = (V, E)$, decidir se existe um circuito hamiltoniano em G . Quer dizer, uma permutação $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ dos vértices, tal que:
 - $(x_i, x_{i+1}) \in E$, $1 \leq i \leq n - 1$; e
 - $(x_n, x_1) \in E$.

DICA: reduza HP a HC

Exercício: Circuito Hamiltoniano (HC)

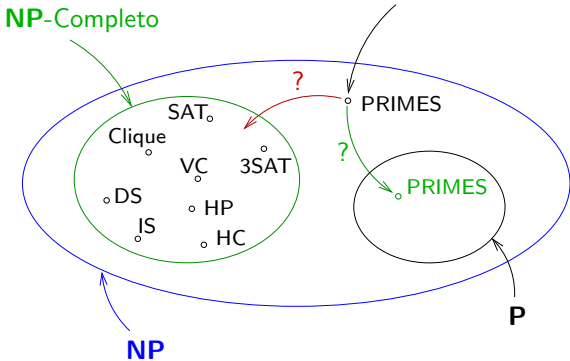
Mostre que o seguinte problema é NP-completo



- Dado um grafo não-direcionado $G = (V, E)$, decidir se existe um circuito hamiltoniano em G . Quer dizer, uma permutação $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ dos vértices, tal que:
 - $(x_i, x_{i+1}) \in E$, $1 \leq i \leq n - 1$; e
 - $(x_n, x_1) \in E$.

DICA: reduza HP a HC

Situação atual



Roteiro

NP-
completude:
exemplos

Exercício:
Conjunto
Independente
(IS)

Exercício:
Circuito
Hamiltoniano
(HC)