

Roteiro

Notação
Assintótica

Exercícios

Problemas,
Algoritmos e
Cotas

- 1 Notação Assintótica
Polinômios e Exponenciais
Uso de notação assintótica em equações
- 2 Exercícios
- 3 Problemas, Algoritmos e Cotas

Polinômios e Exponenciais

- Qualquer exponencial cresce mais rápido assintoticamente do que qualquer polinomial:
- Ex.: $n^{1000000} = o(1.00001^n)$

Em geral

Para quaisquer constantes reais a e b , tal que $a > 1$:

$$n^b = o(a^n)$$

Pois

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^b}{a^n} = 0$$

Qual é a relação assintótica?

entre $n \log n$ e $\log n!$

Roteiro

Notação
Assintótica

**Polinômios e
Exponenciais**

Uso de notação
assintótica em
equações

Exercícios

Problemas,
Algoritmos e
Cotas

Qual é a relação assintótica?

entre $n \log n$ e $\log n!$

- Claramente, $\log n! = O(n \log n)$, pois como:

$$\begin{aligned}n \log n &= \log n + \log n + \dots + \log n \\ \log n! &= \log n + \log(n-1) + \dots + \log 1\end{aligned}$$

- Temos que para $c = 1$ e $n_0 = 4$:

$$\log n! \leq c \cdot n \log n, \quad n \geq n_0$$

Qual é a relação assintótica?

entre $n \log n$ e $\log n!$

- Mas, $\log n! = \Omega(n \log n)$ também!

Mostrar que $\log n! \geq \frac{1}{2} \cdot n \log n$, $n \geq 4$

Uso de notação assintótica em equações

- O que significa $f(n) = 2n^4 + O(n)$?

Roteiro

Notação
Assintótica

Polinômios e
Exponenciais

**Uso de notação
assintótica em
equações**

Exercícios

Problemas,
Algoritmos e
Cotas

Uso de notação assintótica em equações

Roteiro

Notação
Assintótica

Polinômios e
Exponenciais

Uso de notação
assintótica em
equações

Exercícios

Problemas,
Algoritmos e
Cotas

- O que significa $f(n) = 2n^4 + O(n)$?
 - $f(n)$ é exatamente $2n^4 + h(n)$, onde $h(n)$ é alguma função $O(n)$;

Uso de notação assintótica em equações

Roteiro

Notação
Assintótica

Polinômios e
Exponenciais

Uso de notação
assintótica em
equações

Exercícios

Problemas,
Algoritmos e
Cotas

- O que significa $f(n) = 2n^4 + O(n)$?
 - $f(n)$ é exatamente $2n^4 + h(n)$, onde $h(n)$ é alguma função $O(n)$;
- O que significa $2^{o(n)}$?

Uso de notação assintótica em equações

Roteiro

Notação
Assintótica

Polinômios e
Exponenciais

Uso de notação
assintótica em
equações

Exercícios

Problemas,
Algoritmos e
Cotas

- O que significa $f(n) = 2n^4 + O(n)$?
 - $f(n)$ é exatamente $2n^4 + h(n)$, onde $h(n)$ é alguma função $O(n)$;
- O que significa $2^{o(n)}$?
 - Igualmente, $2^{h(n)}$, onde $h(n)$ é alguma função $o(n)$;

Uso de notação assintótica em equações

Roteiro

Notação
Assintótica

Polinômios e
Exponenciais

Uso de notação
assintótica em
equações

Exercícios

Problemas,
Algoritmos e
Cotas

- O que significa $f(n) = 2n^4 + O(n)$?
 - $f(n)$ é exatamente $2n^4 + h(n)$, onde $h(n)$ é alguma função $O(n)$;
- O que significa $2^{o(n)}$?
 - Igualmente, $2^{h(n)}$, onde $h(n)$ é alguma função $o(n)$;
- O que significa $2^2 + \Theta(n) = \Theta(n^2)$?

Uso de notação assintótica em equações

Roteiro

Notação
Assintótica

Polinômios e
Exponenciais
Uso de notação
assintótica em
equações

Exercícios

Problemas,
Algoritmos e
Cotas

- O que significa $f(n) = 2n^4 + O(n)$?
 - $f(n)$ é exatamente $2n^4 + h(n)$, onde $h(n)$ é alguma função $O(n)$;
- O que significa $2^{o(n)}$?
 - Igualmente, $2^{h(n)}$, onde $h(n)$ é alguma função $o(n)$;
- O que significa $2^2 + \Theta(n) = \Theta(n^2)$?
 - $2n^2$ somado a **qualquer** função que seja $\Theta(n)$ resulta numa função que é $\Theta(n^2)$.

Exercício

Roteiro

Notação
Assintótica

Polinômios e
Exponenciais

Uso de notação
assintótica em
equações

Exercícios

Problemas,
Algoritmos e
Cotas

É verdade que $2^{O(n)} = O(2^n)$?

Exercício

Roteiro

Notação
Assintótica

Polinômios e
Exponenciais

Uso de notação
assintótica em
equações

Exercícios

Problemas,
Algoritmos e
Cotas

É verdade que $2^{O(n)} = O(2^n)$?

Não, pois $2n = O(n)$ e $2^{2n} \neq O(2^n)$

Termos de menor ordem

Roteiro

Notação
Assintótica

Polinômios e
Exponenciais

Uso de notação
assintótica em
equações

Exercícios

Problemas,
Algoritmos e
Cotas

- A equação seguinte é sempre verdadeira?

- $f(n) + \underbrace{o(f(n)) + o(f(n)) + \cdots + o(f(n))}_{\text{número finito de termos}} = \Theta(f(n))?$

Termos de menor ordem

Roteiro

Notação
Assintótica

Polinômios e
Exponenciais

Uso de notação
assintótica em
equações

Exercícios

Problemas,
Algoritmos e
Cotas

- A equação seguinte é sempre verdadeira?

$$\bullet \quad f(n) + \underbrace{o(f(n)) + o(f(n)) + \cdots + o(f(n))}_{\text{número finito de termos}} = \Theta(f(n))?$$

Sim. Por quê?

- Exemplo: $3n^3 + n + 2n^2 + \log n + 5 = \Theta(3n^3)$

Constantes multiplicativas

Roteiro

Notação

Assintótica

Polinômios e
Exponenciais

Uso de notação
assintótica em
equações

Exercícios

Problemas,
Algoritmos e
Cotas

- Direto da definição de O e Ω , temos:
 - $cf(n) = \Theta(f(n))$, para qualquer constante $c > 0$;

Constantes multiplicativas

Roteiro

Notação
Assintótica

Polinômios e
Exponenciais

Uso de notação
assintótica em
equações

Exercícios

Problemas,
Algoritmos e
Cotas

- Direto da definição de O e Ω , temos:
 - $cf(n) = \Theta(f(n))$, para qualquer constante $c > 0$;
- A notação assintótica compara duas funções levando em conta apenas seus crescimentos **assintóticos**, o que desconsidera **constantes multiplicativas** e **termos de menor ordem!**.

Roteiro

Notação
Assintótica

Exercícios

Problemas,
Algoritmos e
Cotas

- $100n + \log n = \Theta(n + (\log n)^2)$?
- Mostre que $\frac{n^2}{\log n} = \omega(n(\log n)^3)$;
- Quem é ω (de quem)? $n2^n$ e 3^n ;
- Mostre que, se $f(n)$ é um polinômio em n , então $\log(f(n)) = O(\log n)$.

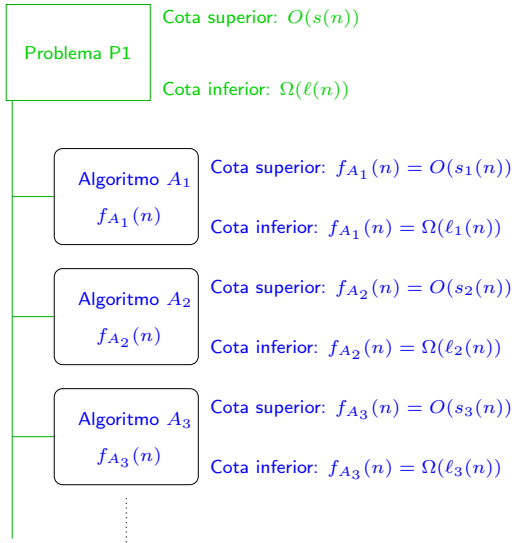
Problemas, Algoritmos e Cotas

Roteiro

Notação
Assintótica

Exercícios

Problemas,
Algoritmos e
Cotas



O que significa tudo isso?