Autômatos e computabilidade

Autômatos a pilha 2

Pedro A D Rezende
UnB – IE – CIC

A & C: Autômatos a pilha 2

Formas de um PDA reconhecer linguagem

Um PDA M = $(Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, \delta, F)$ pode

reconhecer a linguagem $L(M) \subseteq \Sigma^*$ dada por

$$w \in L(M) \Leftrightarrow_{def} [\ (q_0, w, Z_0) \mid\!\text{--}^* (q, \lambda, \gamma) \mid q \in F\ ]$$

Ou ainda (se $F = \varnothing$), pode reconhecer N(M):

$$w \in L(M) \Leftrightarrow_{def} [\ (q_0, w, Z_0) \mid\!\text{--}^* (q, \lambda, \lambda) \mid q \in Q\ ]$$

estado inicial   input   pilha inicial   ID final com pilha vazia e com imput vazio

Dizemos que M reconhece N(M) por pilha vazia

A & C: Autômatos a pilha 2

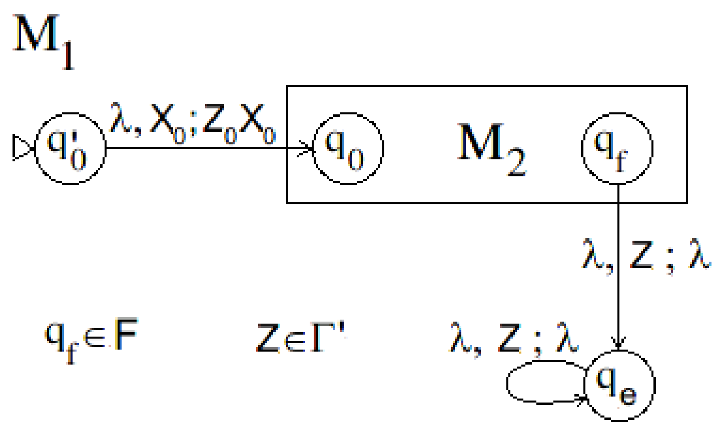
Equivalência entre formas de reconhecimento

- $\forall$ M_2 PDA $\exists$ M_1 PDA | $N(M_1) = L(M_2)$ (HU T5.1)

A & C: Autômatos a pilha 2

Equivalência entre formas de reconhecimento

- $\forall\ M_2$ PDA $\exists\ M_1$ PDA | $N(M_1) = L(M_2)$ (HU T5.1)



$M_2 = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, \delta, F)$

$M_1 = (Q \cup \{q'_0, q_e\}, \Sigma, \Gamma \cup \{X_0\}, q'_0, X_0, \delta', \varnothing)$

A & C: Autômatos a pilha 2

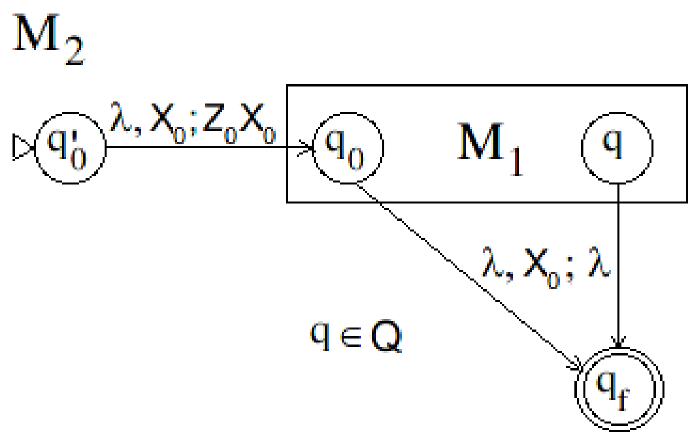
Equivalência entre formas de reconhecimento

- $\forall$ M_1 PDA $\exists$ M_2 PDA | $L(M_2) = N(M_1)$ (HU T5.2)

A & C: Autômatos a pilha 2

Equivalência entre formas de reconhecimento

- $\forall$ M_1 PDA $\exists$ M_2 PDA | $L(M_2) = N(M_1)$ (HU T5.2)



$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, \delta, F)$

$M_2 = (Q \cup \{q'_0, q_f\}, \Sigma, \Gamma \cup \{X_0\}, q'_0, X_0, \delta', \{q_f\})$

A & C: Autômatos a pilha 2

Equivalência entre PDAs e CFLs

- $\forall$ G CFG $\exists$ M PDA | N(M) = L(G) (HU T5.3)

Considere G = (V, T, P, S) na forma de Greibach.

Seja M = ($\{q\}$, T, V, δ, q, S, $\emptyset$) onde é δ dado por:

$$\delta(q,a,A) = \{ (q,\gamma) \mid A \to a\gamma \in P \}$$

Por indução no tamanho da cadeia de derivações (transições),

$S \Rightarrow^* w\alpha \;\Leftrightarrow\; (q, w, S) \vdash^* (q, \lambda, \alpha)$ [em particular para $\alpha = \lambda$]

Passo indutivo: $(q, ua, S) \vdash^{i-1} (q, a, \beta) \vdash (q, \lambda, \alpha)$

onde $\beta = A\eta$; $A \to a\gamma \in P$; $\alpha = \gamma\eta$

A & C: Autômatos a pilha 2

Equivalência entre PDAs e CFLs

- $\forall$ M PDA $\exists$ G CFG | L(G) = N(M)   (HU T5.4)

Considere $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, \delta, F)$.

Seja $G = (V, T{=}\Sigma, P, S)$ dado por:

$$V = \{ \langle q,A,p\rangle \mid q, p \in Q,\ A \in \Gamma \}$$

$$P = \{ S \to \langle q_0,A,q\rangle \mid q \in Q;$$

$$\langle q,A,q_{s+1}\rangle \to a\langle q_1,B_1,q_2\rangle\langle q_2,B_2,q_3\rangle \ldots \langle q_s,B_s,q_{s+1}\rangle \text{ se}$$

$$\delta(q,a,A) \text{ contém } (q_1,B_1B_2\ldots B_s)\ \} \quad [\langle q,A,q_1\rangle \to a \ \text{ se } s = 0]$$

Uma derivação à esq. de w em G simula as computações de M com input w. Variáveis na forma sentencial simulam a pilha.

A & C: Autômatos a pilha 2

Equivalência entre PDAs e CFLs

- $\forall$ M PDA $\exists$ G CFG | L(G) = N(M) (continuação)

Considere $\langle q,A,q_{s+1}\rangle \rightarrow a\langle q_1,B_1,q_2\rangle\langle q_2,B_2,q_3\rangle\ldots\langle q_s,B_s,q_{s+1}\rangle$.

Por indução no tamanho da cadeia de transições (derivações),

$(q, w, A) \mid\!\text{--}^* (p, \lambda, \lambda) \Leftrightarrow \langle q,A,p\rangle \Rightarrow^* w$

Passo indutivo: $(q, au, A) \mid\!\text{--} (q_1, u, B_1B_2\ldots B_s) \mid\!\text{--}^{i-1} (p, \lambda, \lambda)$

onde $u = u_1u_2\ldots u_s$ tal que u_j tem o efeito de apagar B_j da pilha.

Hipótese: $\exists\ q_j, q_{j+1} \mid (q_j, u_j, B_j) \mid\!\text{--}^* (q_{j+1}, \lambda, \lambda) \Leftrightarrow \langle q_j,B_j,q_{j+1}\rangle \Rightarrow^* u_j$