

Apêndices

Apêndice A

Índice alfabético de tópicos.....	A-1
Índice alfabético de protocolos.....	A-5
Índice alfabético de algoritmos.....	A-5
Índice alfabético de traduções de termos técnicos.....	A-7
Tabela comparativa de probabilidades e grandes números.....	A-8
Cálculo modular na Criptografia Assimétrica com exemplos.....	A-9
Exponenciação Modular rápida com exemplo.....	A-10
Aritmética finita de Z_p com exemplos.....	A-11
Exemplo de geração de chaves para o RSA.....	A-12
Aritmética de grupos em Curva Elíptica $E(Z_p)$ com exemplo.....	A-13
Exemplo de protocolo 0-K com isomorfismo de grafos.....	A-16
Método de Monte Carlo – com Exemplos.....	A-18
Exemplo de análise de frequência com o Vigenère.....	A-20
Lista de exercícios.....	A-21

Índice alfabético de tópicos

Ação da Confiança através de protocolos.....	23
Algoritmos criptográficos de chave pública.....	114
Algumas topologias para segurança.....	154
Análise de risco na internet.....	142
Análise do DES.....	83
Análise do RSA.....	116
Aplicações de fatoração e logaritmo discreto à assinatura digital.....	47
Aposta Encoberta (comprometimento de bits).....	51
<i>Application gateways</i>	151
Arquitetura de <i>firewalls</i>	147
Assinatura e Assinatura Digital.....	27
Ataque de número sequencial ao TCP.....	141
Ataque de espelhamento (<i>Man in the middle</i>) com chave pública.....	32
Ataques a sistemas informáticos.....	3
Ataques ao DES por texto pleno adaptativo.....	85
Atualização e informações sobre segurança na internet.....	161
Autenticação e Distribuição de chaves via cifra assimétrica.....	41
Autenticação e Distribuição de chaves via cifra simétrica.....	38
Cara ou Coroa.....	52
Cenário atual da criptografia (1998).....	123
Cenário inicial da padronização em criptografia.....	79
Certificados Digitais de Chave Pública.....	135
Cifras Encadeadas.....	98
Cifras para sigilo.....	14
Classificação de sistemas de controle de acesso.....	12
Construção de funções de hash.....	104
Construção de geradores pseudo-randômicos e cifras encadeadas.....	70
Controle de acesso.....	11
Controles de segurança para a Internet.....	143
Criptoanálise diferencial.....	84
Criptografia na transmissão de dados.....	76
Criptografia para armazenamento de dados.....	77
Criptografia pré-computacional.....	15
Critérios de projeto para cifras de bloco.....	96
Critérios para escolha de chaves.....	60
Derivação de chaves via função trapdoor – Diffie & Hellman.....	43
Desafios e Demandas da Segurança Computacional.....	1
Desafio Criptográfico.....	37
Descrição do algoritmo padrão DES.....	80
Descrição resumida do SET.....	157
Digital Signature Algorithm – DSA, DSS	129
Distribuição de chaves certificadas – Esboço do SSL.....	31
Distribuição de frequência de letras.....	20
Elementos de Protocolos.....	21

Elementos de Protocolos Criptográficos – Distribuição de chaves.....	25
Elementos de Protocolos Criptográficos – Envelope Digital.....	26
Elementos de Controle de Acesso.....	10
Elementos para Mecanismos de Autenticação.....	30
ElGamal.....	121
Entidades Certificadoras na Internet.....	137
Entropia em Criptoanálise.....	19
Escolha de algoritmos criptográficos.....	75
Escolhas de plataforma.....	78
Escritura de Chaves (<i>key escrow</i>).....	53
Especificação de políticas de segurança.....	7
Esquema de autenticação de Feige-Fiat-Shamir.....	131
Esquema Meta-ElGamal.....	130
Estimativas para comprimento seguro de chaves.....	59
Estrutura básica de protocolos criptográficos.....	25
Exemplo de um algoritmo criptográfico - Vigenère.....	16
Exemplos de configuração de filtragem.....	148
Exemplos de protocolo baseado em conhecimento zero.....	57
Fatoração e logaritmo discreto aplicados à esteganografia.....	49
Ferramentas e utilitários de segurança.....	159
Funções de Hash.....	103
Funções Unidirecionais (<i>one-way functions</i>).....	29
Futuro da criptografia assimétrica.....	127
Geração de primos para criptografia assimétrica.....	64
Hash usando algoritmos para cifra de bloco.....	109
Histórico da criptografia na internet.....	155
Implementação de serviços de assinatura digital.....	128
Implementação de serviços de chave pública.....	124
Infra-estrutura para controle de tráfego.....	144
LFSRs de período máximo.....	71
Limitações dos <i>firewalls</i>	153
Login.....	35
MACs: Códigos de autenticação de mensagens.....	113
MD5.....	105
Mecanismos de autenticação.....	30
Mecanismos e modos para construção de cifras.....	65
Mecanismos para uso de certificados em redes públicas.....	136
Modelos de Controle de Acesso.....	9
Modo CBC.....	67
Modo CFB.....	68
Modo ECB.....	66
Modo OFB.....	69
Necessidade de protocolos criptográficos.....	34
Operações de filtragem.....	146
Outros algoritmos assimétricos.....	122
Outros algoritmos simétricos.....	87

Outros esquemas de autenticação.....	132
Padrões para assinatura digital e gerenciamento de chaves.....	133
Polinômios primitivos módulo 2.....	72
Primitivas de algoritmos assimétricos.....	61
Principais padrões de protocolos criptográficos.....	134
Processo da Segurança Computacional - Security.....	2
Projeto e análise de cifras encadeadas.....	73
Protocolos criptográficos.....	24
Protocolos computacionais.....	22
Protocolos esotéricos.....	58
Provas com conhecimento zero (<i>0-knowledge</i>).....	55
Questões éticas sobre escrituração de chaves.....	54
Rabin.....	120
Riscos à segurança externa.....	139
RSA.....	115
Salt.....	36
Segurança de Algoritmos Criptográficos.....	17
Seqüências randômicas.....	33
Serviços básicos de segurança – Uso da criptografia.....	8
Serviços de validação de selo temporal.....	50
SHA.....	107
Sistemas de chave pública usando curvas elípticas.....	125
Técnicas de filtragem.....	145
Técnicas de robustecimento do DES.....	86
Teoria da informação e Criptografia.....	18
Tipos de Ataque ao TCP/IP.....	5
Transferência de confiança através de protocolos.....	23
Uso de <i>Tokens</i> em segurança externa.....	138
Vulnerabilidade na ausência de segredos na autenticação.....	32
Vulnerabilidades e pontos de ataque.....	4

Índice alfabético de protocolos

Assinatura Digital (arbitrado).....	28
Assinatura Digital (auto-verificável).....	27
Assinatura Digital parcialmente irrefutável de Chaum.....	47
Assinatura Digital sobre digesto e selo temporais.....	31
Autenticação Fiat-Shamir.....	129
Autenticação por protocolos de conhecimento zero iterativos.....	55
Autenticação por protocolos de conhecimento zero não iterativos.....	57
Autenticação via conhecimento zero baseado com isomorfismo de grafo.....	56
Cara ou coroa usando chaves assimétricas comutativas.....	52
Cara ou coroa usando hash.....	52
Cifragem de mensagem assinada.....	28
Comprometimento de bits.....	51
Derivação de chaves de Bellovin-Meritt (A-EKE).....	44
Derivação de chaves de Diffie-Hellman.....	43
Derivação de chaves de Diffie-Hellman fortificado.....	44
Distribuição de chaves certificadas para envelopes digitais.....	31
Distribuição de chaves DASS (DEC).....	41
Distribuição de chaves de Denning-Sacco.....	42
Distribuição de chaves Kerberos.....	39
Distribuição de chaves de Needham-Schroeder.....	38
Distribuição de chaves de Neuman-Stubblebine.....	40
Distribuição de chaves de Woo-Lam.....	42
Distribuição interlock de chaves Rivest-Shamir.....	43
Envelope Digital.....	25
Exemplo de protocolo não computacional arbitrado.....	23
Handshake para abertura de sessão TCP.....	141
Login: autenticação mútua usando desafios.....	37
Login: autenticação usando hash com salt.....	36
Login: autenticação usando hash.....	35
Login: autenticação usando senhas ocasionais.....	37
Privacidade usando algoritmo assimétrico.....	142
Privacidade usando algoritmo simétrico.....	25
Secure Electronic Transactions (SET).....	157
Selo temporal arbitrado.....	50
Sistema criptográfico justo de Micali (<i>key escrow</i>).....	53

Índice alfabético de algoritmos

A5	100
Algoritmo de Leeman para teste de primalidade	63
Algoritmo probabilístico para geração de números primos extensos.....	64
Blowfish.....	90
CAST	95
Cifra de César.....	15
Cifra de Vigenère.....	16
Cript(1).....	102
<i>Data Encryption Standard (DES)</i>	80
<i>Digital Signature Algorithm (DSA)</i>	129
ElGamal.....	121
Encadeamento Davies-Meier.....	111
Exponenciação modular.....	61
FEAL	95
Filtro de pacotes básico.....	146
Gerador de sequência usando <i>Linear Feedback register</i>	71
Gerador <i>stop-and-go</i> de sequência usando <i>Linear Feedback registers</i>	74
<i>Gosudarstvenyi Standard (GOST)</i>	91
<i>International Data Encryption Algorithm (IDEA)</i>	89
Khafre	88
Khufu	88
LOKI	95
MDC-2.....	111
MDC-4.....	112
<i>Message Digest 5 (MD5)</i>	105
NewDES.....	87
PKZip	101
Rabin	120
RC2	88
RC4	98
RC5	94
Rivest, Shamir & Adleman (RSA).....	116
SEAL	99
<i>Secure Hash Algorithm (SHA)</i>	107
Skipjack.....	95

Tradução de termos técnicos

alçapão	trapdoor
arbitragem	arbitration
ataque de espelhamento	man-in-the-middle (interception) attack
ataque de número sequencial	number sequence attack
bloqueio ou sobrecarga intencional	denial of service, resource exhaustion
chave	key
cifra	cipher
desvio de controle	control bypassing, hacking
e-mail em massa e não solicitado	spam
embuste ou trapaça	scam
embusteiro	rogue
escuta ativa	interception
escuta passiva	scan, sniff
falha	breach
forja de identificação	spoof
fraude	fraud, integrity violation
gancho	backdoor
grampo	eavesdrop, wiretap
invasão ou violação de autorização	invasion, authorization violation
mediação	adjudication
objeto ou rótulo identificador	token
penetração	intrusion
personificação	masquerade, impersonation;
reprise	replay
repudição	repudiation
Terceiro Confiável	TTP- Trusted Third Party
troiano	trojan horse
varredura	media scavenging
vazamento	leakage, disclosure

Tabela comparativa de probabilidades e grandes números

Segurança computacional é um jogo de probabilidades. Para se ter uma noção comparativa acerca dos graus de possibilidade associados às faixas de probabilidade com que lida a criptografia, esta tabela de estimativas de ocorrências de eventos do mundo físico em que vivemos pode ser útil.

Fenômeno Físico	Número
Probabilidade de ser morto por um raio, em um dia:	1 em 9 bilhões ($\sim 2^{33}$)
Probabilidade de ganhar em uma loteria estadual americana:	1 em 4 milhões ($\sim 2^{22}$)
Prob. de, num dia, ganhar na loteria estadual e ser morto por um raio:	1 em 2^{55}
Prob. de se morrer afogado, em um ano:	1 em 59 mil ($\sim 2^{16}$)
Prob. de se morrer em acidente de transito nos EUA em 1993:	1 em 6100 ($\sim 2^{13}$)
Prob. de se morrer em acidente de transito nos EUA durante uma vida:	1 em 88 ($\sim 2^7$)
Tempo até a próxima era glacial:	14000 ($\sim 2^{14}$) anos
Tempo até que o sol se transforme em uma supernova:	10^9 ($\sim 2^{30}$) anos
Idade estimada do planeta terra:	10^9 ($\sim 2^{30}$) anos
Idade estimada do universo:	10^{10} ($\sim 2^{34}$) anos
Número de átomos no planeta terra:	10^{51} ($\sim 2^{170}$)
Número de átomos no sol:	10^{57} ($\sim 2^{190}$)
Número de átomos na galáxia:	10^{67} ($\sim 2^{223}$)
Número de átomos no universo (sem a matéria escura):	10^{77} ($\sim 2^{265}$)
Volume do universo:	10^{84} ($\sim 2^{280}$) cm^3

Se o Universo for fechado	10^{11} ($\sim 2^{37}$) anos
Tempo estimado de vida do universo:	10^{18} ($\sim 2^{61}$) segundos

Se o Universo for aberto	
Tempo estimado até que estrelas de pouca massa esfriem	10^{14} ($\sim 2^{47}$) anos
Tempo estimado até que planetas se destaquem das estrelas	10^{15} ($\sim 2^{50}$) anos
Tempo estimado até que estrelas se destaquem das galáxias	10^{19} ($\sim 2^{64}$) anos
Tempo de decaimento de orbitas por irradiação gravitacional	10^{20} ($\sim 2^{67}$) anos
Tempo de decaimento de buracos negros pelo processo Hawking	10^{64} ($\sim 2^{213}$) anos
Tempo até que toda a matéria se torne líquida à temperatura zero	10^{64} ($\sim 2^{213}$) anos
Tempo até que toda a matéria decaia em ferro	10^{1026} anos
Tempo até que toda a matéria se colapse em buracos negros	10^{1076} anos

Bruce Schneier, 1996

Cálculo modular na Criptografia Assimétrica com exemplos

• Aritmética modular

$a \bmod b =$ resto da divisão inteira de a por b (Ex.: $33 \bmod 7 = 5$)

O resto da divisão inteira por b é chamado **resíduo**. Resíduos $\bmod b$ formam um sistema aritmético semelhante ao dos números inteiros (próxima página), mas finito, o **anel de resídos** Z_b

Escolha de primos

Lista dos números primos no intervalo entre 2000000000 e 2000001000:
 2000000011, 2000000033, 2000000063, 2000000087, 2000000089, 2000000099, 2000000137,
 2000000141, 2000000143, 2000000153, 2000000203, 2000000227, 2000000239, 2000000243,
 2000000269, 2000000273, 2000000279, 2000000293, 2000000323, 2000000333, 2000000357,
 2000000381, 2000000393, 2000000407, 2000000413, 2000000441, 2000000503, 2000000507,
 2000000531, 2000000533, 2000000579, 2000000603, 2000000609, 2000000621, 2000000641,
 2000000659, 2000000671, 2000000693, 2000000707, 2000000731, 2000000741, 2000000767,
 2000000771, 2000000773, 2000000789, 2000000797, 2000000809, 2000000833, 2000000837,
 2000000843, 2000000957, 2000000983.

Tamanho do intervalo: 1001 Primos encontrados no intervalo: 53

Estimativa de quantos primos deve haver no intervalo, pelo teorema dos números primos:

$$2 \cdot 10^9 / \ln(2 \cdot 10^9) - 2.000001 \cdot 10^9 / \ln(2.000001 \cdot 10^9) = 44.56$$

Caso seja escolhido o primo $q = 2000000983$ (representação decimal), sua representação interna binária em 4 bytes (32 bits) será:

01110111 00110101 10010111 11010111

• Execução do protocolo de Diffie & Hellman: Exemplo

1- Escolha da aritmética modular

número *primo* para o **módulo**: $q = 32693$: (em 16 bits: 0111111 110110101)
 número menor que o módulo para **base**: $a = 27911$ (em 16 bits: 0110110 100000111)

2- Geração de sementes e transmissão de criptogramas

nº randômico x gerado por **A**: 20589

nº randômico y gerado por **B**: 17391

Criptograma $c_A = a^x \bmod q = 27911^{20589} \bmod 32693 = 26097$ (bits: 01100101 11110001)

Criptograma $c_B = a^y \bmod q = 27911^{17391} \bmod 32693 = 19370$ (bits: 01001011 10101010)

3- Cálculo da chave de sessão

Chave $k = c_A^y \bmod q = 26097^{17391} \bmod 32693 = 18574$ (bits 01001000 10001110)

Chave $k = c_B^x \bmod q = 19370^{20589} \bmod 32693 = 18574$ (bits 01001000 10001110)

Exponenciação modular rápida com exemplo

1- O expoente é decomposto de acordo com sua representação binária

Exemplo: cálculo de $4^{37} \bmod 7 =$

$$37 = 2^5 + 2^2 + 2^0 = 100101_{(2)}$$

2- A exponenciação é fatorada conforme a decomposição do expoente:

Para cada posição binária do expoente, calcula-se o quadrado do resultado anterior pelo produto por 1 se o bit do expoente é 0, ou pela base se o bit é 1

$$6^{37} \bmod 7 = 6^{(2^5 + 2^2 + 2^0)} \bmod 7$$

$$6^{37} \bmod 7 = ((((((1*6)^{2*1})^{2*1})^{2*6})^{2*1})^{2*6}) \bmod 7$$

posição do bit do expoente → 5 4 3 2 1 0

3- Como mod é homomorfismo, os resídos podem são calculados após cada operação:

$$(1*6)^{2*1})^{2*1})^{2*6})^{2*1})^{2*6}) \bmod 7 =$$

$$(((...((1*6)^{2*1} \bmod 7)^{2*1} \bmod 7)^{2*6} \bmod 7)^{2*1} \bmod 7)^{2*6} \bmod 7 = 6$$

- **Complexidade do algoritmo de exponenciação rápida**

O número de operações de multiplicação efetuadas durante a exponenciação modular é proporcional ao número de bits do expoente.

O número de operações de multiplicação e divisão efetuadas durante a exponenciação modular, é proporcional ao logaritmo do expoente: no máximo o dobro do número de bits do expoente.

Aritmética finita de \mathbf{Z}_p com exemplos

1- Quando p é composto

- Nem todo resíduo $\neq 0$ possui inverso multiplicativo
- Menos da metade dos resíduos possuem raízes quadradas (diagonal abaixo)

Exemplo: multiplicação em \mathbf{Z}_8 . Resíduos = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

*	1	2	3	4	5	6	7	
1	1	2	3	4	5	6	7	
2	2	4	6	0	2	4	6	$\sqrt{1} \bmod 8 = 1, 3, 5 \text{ ou } 7;$
3	3	6	1	4	7	2	5	$\sqrt{4} \bmod 8 = 2 \text{ ou } 6;$
4	4	0	4	0	4	0	4	$5^{-1} \bmod 8 = 5$
5	5	2	7	4	1	6	3	$7^{-1} \bmod 8 = 7$
6	6	4	2	0	6	4	2	
7	7	6	5	4	3	2	1	

1- Quando p é primo

- Todos os resíduos $\neq 0$ possuem inverso multiplicativo (pela definição de mdc)
- Metade dos resíduos não nulos possuem raízes quadradas

Exemplo: multiplicação em $\mathbf{Z}_7 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

*	1	2	3	4	5	6	
1	1	2	3	4	5	6	$\sqrt{1} \bmod 7 = 1 \text{ ou } 6;$
2	2	4	6	1	3	5	$\sqrt{2} \bmod 7 = 3 \text{ ou } 4;$
3	3	6	2	5	1	4	$\sqrt{4} \bmod 7 = 2 \text{ ou } 5;$
4	4	1	5	2	6	3	$3^{-1} \bmod 7 = 5$
5	5	3	1	6	4	2	
6	6	5	4	3	2	1	

Exemplo de geração de chaves para o RSA

1- Escolhem-se dois números primos: por exemplo $p = 3 ; q = 11$

- Calcula-se $n = 3 \cdot 11 = 33 ; \phi(n) = (3-1) \cdot (11-1) = 20$

2- Escolhe-se um inteiro primo com $\phi(n)$ e calcula-se seu inverso em Z_ϕ :

- $e = 17$; Euclides estendido resolve $17 \cdot d + 20 \cdot y = \pm 1$: $d=13, y=-11$

Tabela multiplicativa de Z_{20}

*	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2	4	6	8	10	12	14	16	18	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	1	4	7	10	13	16	19	2	5	8	11	14	17
4	8	12	16	0	4	8	12	16	0	4	8	12	16	0	4	8	12	16
5	10	15	0	5	10	15	0	5	10	15	0	5	10	15	0	5	10	15
6	12	18	4	10	16	2	8	14	0	6	12	18	4	10	16	2	8	14
7	14	1	8	15	2	9	16	3	10	17	4	11	18	5	12	19	6	13
8	16	4	12	0	8	16	4	12	0	8	16	4	12	0	8	16	4	12
9	18	7	16	5	14	3	12	1	10	19	8	17	6	15	4	13	2	11
10	0	10	0	10	0	10	0	10	0	10	0	10	0	10	0	10	0	10
11	2	13	4	15	6	17	8	19	10	1	12	3	14	5	16	7	18	9
12	4	16	8	0	12	4	16	8	0	12	4	16	8	0	12	4	16	8
13	6	19	12	5	18	11	4	17	10	3	16	9	2	15	8	1	14	7
14	8	2	16	10	4	18	12	6	0	14	8	2	16	10	4	18	12	6
15	10	5	0	15	10	5	0	15	10	5	0	15	10	5	0	15	10	5
16	12	8	4	0	16	12	8	4	0	16	12	8	4	0	16	12	8	4
17	14	11	8	5	2	19	16	13	10	7	4	1	18	15	12	9	6	3
18	16	14	12	10	8	6	4	2	0	18	16	14	12	10	8	6	4	2
19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

3- Teste do par de chaves RSA gerada para o titular A para cifrar blocos de 5 bits: Toma-se, por exemplo, $m = (10100)_2 = 20$

$$E_A(m) = m^e \text{ mod } n = 20^{17} \text{ mod } 33 = 26 = (11010)_2 = c;$$

$$D_A(c) = c^d \text{ mod } n = 26^{13} \text{ mod } 33 = 20 = (10100)_2 = m.$$

4- Armazena-se $D_A = (d,n) = (13, 33)$; Publica-se $E_A = (e,n) = (17, 33)$

Outras possíveis escolhas de pares de chaves para o módulo $n = 33$:

$$\{ (7, 33), (3, 33) \}; \text{ etc.}$$

• Aritmética das curvas elípticas sobre corpos finitos

Na geometria analítica, o conjunto de pontos de um espaço vetorial com coordenadas (x, y) que satisfazem uma dada equação da forma.

$$y^2 = x^3 + ax + b$$

é chamado de *curva elíptica*, caso os coeficientes satisfaçam $4a^3 + 27b^2 \neq 0$.

Em 1985 *N. Koblitz* e *V. Miller* descobriram que, se aplicada a um espaço onde as coordenadas são elementos de um corpo finito (ex: Z_p), a definição de curva elíptica seleciona pontos discretos que, incluindo-se a eles um "ponto no infinito" (\mathcal{O}), formam um grupo algébrico sob a operação de composição inspirada na geometria das secantes dos espaços métricos. Esta operação substitui a operação de exponenciação em algoritmos assimétricos.

Grupos de curvas elípticas $E(Z_p)$ -

$$E(Z_p) = \{ P = (x, y) \in Z_p \times Z_p \mid y^2 = x^3 + ax + b \} \cup \{ \mathcal{O} \}$$

Com a operação algébrica do grupo, denotada por "+", definida pelas regras:

1. $P + \mathcal{O} = \mathcal{O} + P = P$
2. Dado $P = (x, y)$, denotando $-P = (x, -y)$, $P + (-P) = \mathcal{O}$
3. Dados $P = (x_1, y_1)$, $Q = (x_2, y_2)$, $P + Q = (x_3, y_3)$ é dado por

$$x_3 = \lambda^2 - x_1 - x_2 ;$$

$$y_3 = \lambda(x_1 - x_3) - y_1 \text{ onde}$$

$$\lambda = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1) \text{ se } P \neq Q, \text{ ou}$$

$$\lambda = (3x_1^2 + a) / (y_1 + y_1) \text{ se } P = Q .$$
4. $nP = P + P + \dots + P$ (n vezes) é o produto escalar (sobre $Z \times E(Z_p)$)

Exemplo de um grupo de curva elíptica $E(\mathbf{Z}_p)$

1- Escolhem-se um primo e uma equação elíptica: $p = 23$; $y^2 = x^3+x+1$

- A equação $y^2 = x^3+ax+b$ escolhida ($a=1$; $b=1$) satisfaz $4a^3+27b^2 \neq 0$

2- Aos pontos $(x, y) \in \mathbf{Z}_p \times \mathbf{Z}_p$ satisfazendo a equação, junta-se \mathcal{O} para obter $E(\mathbf{Z}_{23})$

- O ponto $(5, 4)$ por exemplo, satisfaz $4^2 \bmod 23 = (5^3+5+1) \bmod 23$

Pontos que formam o grupo $E(\mathbf{Z}_{23})$ da curva $y^2 = x^3+x+1$

(0, 1)	(3, 13)	(6, 19)	(11, 3)	(13, 7)	(18, 3)
(0, 22)	(4, 0)	(7, 11)	(11, 20)	(13, 16)	(18, 20)
(1, 7)	(5, 4)	(7, 12)	(12, 4)	(17, 3)	(19, 5)
(1, 16)	(5, 19)	(9, 7)	(12, 19)	(17, 20)	(19, 18)
(3, 10)	(6, 4)	(9, 16)	\mathcal{O}	“ponto no infinito”	

- A “soma” dos pontos $(3, 10) + (9, 7) = (y_3, x_3)$ por exemplo, é dada por:

$$(P \neq Q) \quad \lambda = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1) = (7 - 10) / (9 - 3) = -1 * 2^{-1} \bmod 23 = 11 \in \mathbf{Z}_{23}$$

$$x_3 = \lambda^2 - x_1 - x_2 = 121 - 3 - 9 = 109 \bmod 23 = 17 \in \mathbf{Z}_{23}$$

$$y_3 = \lambda * (x_1 - x_3) - y_1 = 11 * (3 - 17) - 10 = 141 \bmod 23 = 20 \in \mathbf{Z}_{23}$$

- O “produto escalar” $2 \cdot (3, 10) = (y_4, x_4)$ por soma iterada $(3, 10) + (3, 10)$:

$$(P=Q) \quad \lambda = (3x_1^2 + a) / (2y_1) = (27 + 1) / (20) = 5 * 20^{-1} \bmod 23 = 6 \in \mathbf{Z}_{23}$$

$$x_4 = \lambda^2 - x_1 - x_2 = 36 - 3 - 3 = 30 \bmod 23 = 7 \in \mathbf{Z}_{23}$$

$$y_4 = \lambda * (x_1 - x_3) - y_1 = 6(3 - 7) - 10 = -34 \bmod 23 = 12 \in \mathbf{Z}_{23}$$

Nesta curva portanto, $(3, 10) + (9, 7) = (17, 20)$; $2 \cdot (3, 10) = (7, 12)$

- **Comparações entre operações aritméticas em Z_p e $E(Z_p)$ -**

Operação	Z_p	$E(Z_p)$
“Produto”	$a * b \text{ mod } p$	$P+Q$
“Exponenciação”	$a^n \text{ mod } p$	nP
Logaritmo discreto	Encontrar n tal que $a^n \text{ mod } p = b$	Encontrar n tal que $nP = Q$

- **Comparações por níveis de robustez equivalentes -**

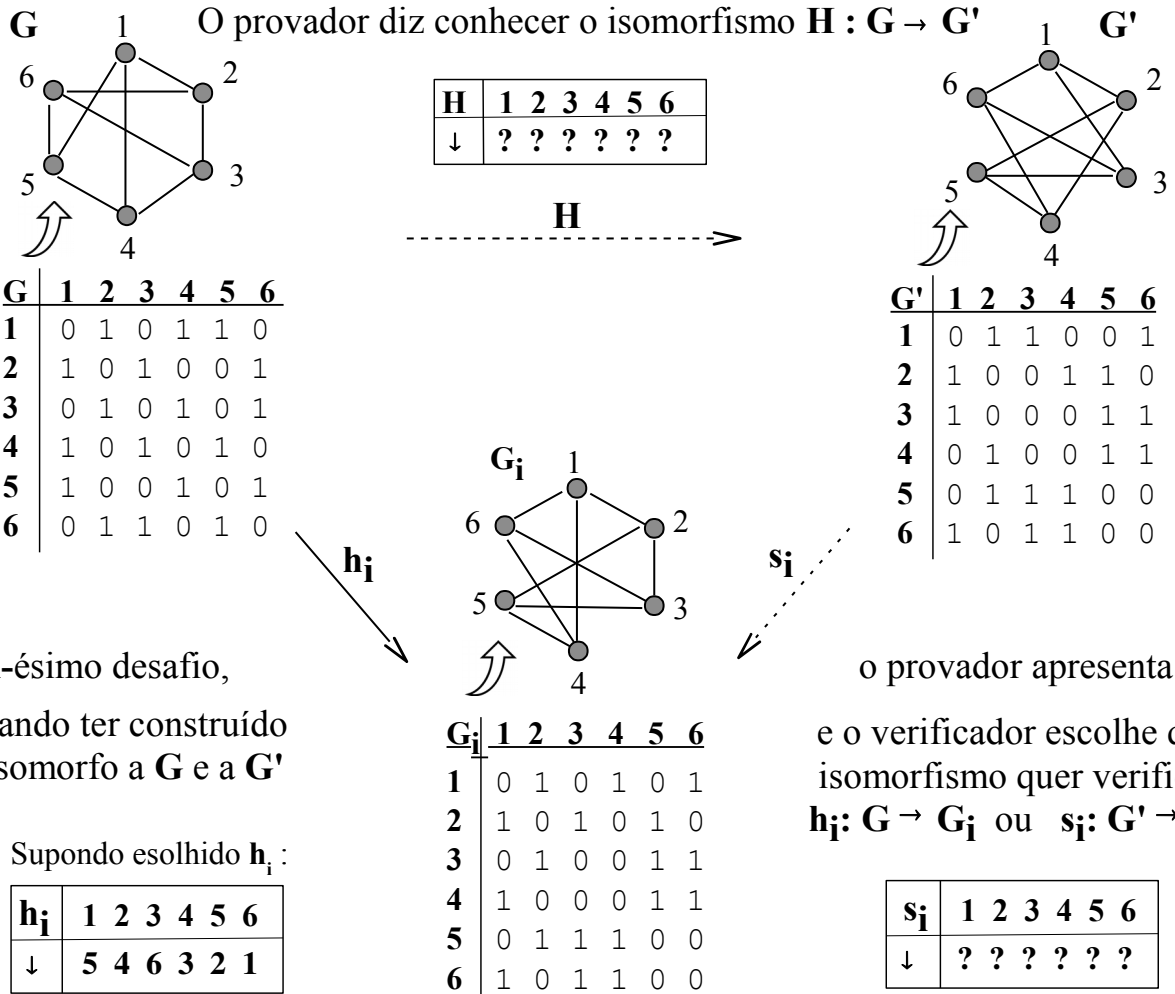
Nível medido pelo custo de ataque ao algoritmo de cifra para obter a chave privada da chave pública usando algoritmo mais eficiente conhecido para o problema matemático que modela o ataque:

Esforço para obter chave privada mapeado para tamanho da chave	RSA Fatoração em Z_p : Number Field Sieve (NFS)	ECC genérico Logaritmo em $E(Z_p)$: Pollard - Rho
3×10^8 MIPS - ano	~960 bits	155 bits
3×10^{18} MIPS - ano	~1820 bits	210 bits
3×10^{28} MIPS - ano	~2500 bits	239 bits

Devido a esse diferencial de eficiência no custo de operação das primitivas computacionais entre as famílias de algoritmos assimétricos clássicos (como o RSA, DSA ou ElGamal sobre Z_p) e os baseados em aritmética de curvas elípticas (ECC) é que as mais recentes inovações em PKIs – como as redes de criptomoedas, por exemplo – empregam algoritmos da segunda família.

Exemplo de protocolo 0-K com isomorfismo de grafos

Visão do Verificador



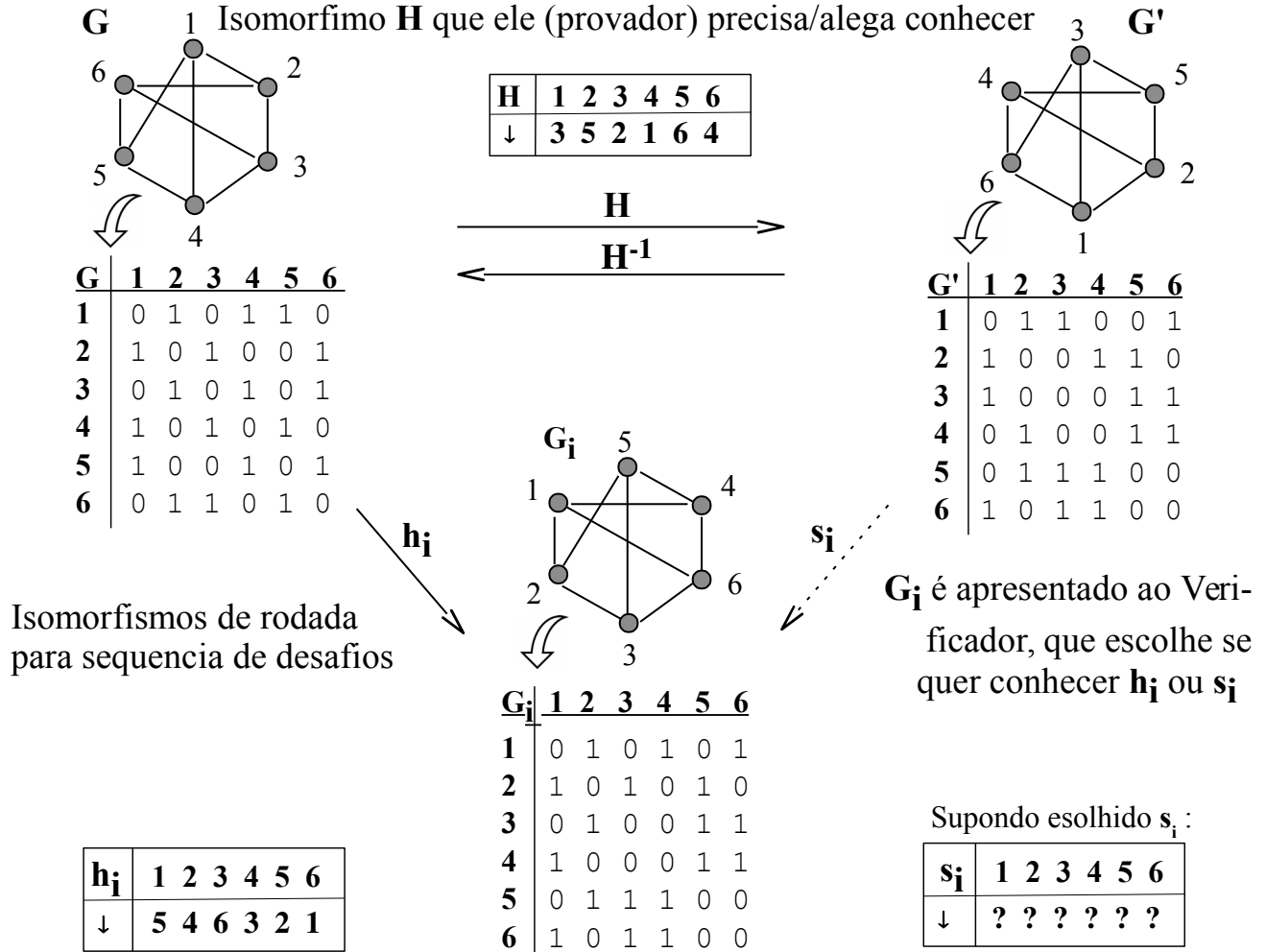
O provador revela a permutação escolhida (supondo aqui h_i) e o verificador testa se é isomorfismo: $h_i^{-1} \circ G \circ h_i = ? G_i$ (alternativamente, se $s_i^{-1} \circ G' \circ s_i = ? G_i$) Em representação matricial: $h_i^T * G * h_i = ? G_i$ (h matriz permutação $\Rightarrow h^{-1} =$ transposta de h)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = ? \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Algoritmo **Monte Carlo**: desafios acumulam evidência de que Provedor conhece H

Exemplo de protocolo 0-K com isomorfismo de grafos

Visão do Provedor



Para revelar o isomorfismo escolhido (supondo, s_i), o Provedor calcula a correspondente permutação de vértices a partir dos dois isomorfismos que conhece: o aleatório gerado para este desafio e o secreto: $s_i = h_i \circ H^{-1}$ (ou, ao revés, $h_i = s_i \circ H$). Em representação matricial:

$$h_i * H^T = s_i$$

si	1	2	3	4	5	6
↓	3	6	5	1	4	2

0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0

 $*$

0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0

 $=$

0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0

Algoritmo Monte Carlo: O Provedor pode blefar o conhecimento de H , desde que o Verificador escolha conhecer o isomorfismo gerado para o desafio. n desafios independentes atenuam a probabilidade de seguidos blefes, indicando conhecimento de H

Método de Monte Carlo

Método para construir uma classe de algoritmos que calculam probabilidades baseadas em uma série de amostragens aleatórias, prevendo as seguintes etapas (ou características) para o algoritmo:

Dada uma instância de um problema a ser resolvido pelo método:

1. Definir um domínio de amostragem contendo dados referentes a esta instância;
2. Gerar uma série amostral, escolhendo aleatoriamente vários dados desse domínio, onde cada amostra servirá como entrada para uma rodada da série;
3. Em cada rodada da série, executar um cálculo determinístico com sua entrada aleatória;
4. Combinar os resultados obtidos nas rodadas da série em um resultado final para a instância do problema, conforme uma distribuição de probabilidades relacionada ao problema e ao domínio de amostragem.

Quando o problema é de decisão, ou seja, quando o cálculo determinístico em cada rodada deve produzir resultado binário, diz-se que o algoritmo é :

- "de monte-carlo **com viés falso**" se um resultado de rodada falso implica em resultado final falso para a instância do problema com probabilidade = 1.
- "de monte-carlo **com viés verdadeiro**" se um resultado de rodada verdadeiro implica em resultado final verdadeiro para a instância do problema com probabilidade = 1.

Exemplos:

Para exemplificar o método, o primeiro problema abordado em sala de aula foi:

"O professor está falando sério ao sortear SS?"

Para a instância da aula, o problema foi resolvido implementando-se um *protocolo* (algoritmo de execução alternada entre dois ou mais agentes) no qual:

1. O domínio de amostragem era binário: em uma de duas mãos fechadas e apresentadas para escolha (ao estilo par-ou-ímpar), supostamente haveria um giz, dando direito à menção SS)
2. Cada rodada consistia da apresentação das duas mãos fechadas, e a respectiva entrada consistia da escolha, por um aluno, da mão na qual ele adivinhava que o giz estaria.
3. O cálculo determinístico de cada rodada consistia em o professor abrir a mão escolhida e o aluno verificar se na mão escolhida estava ou não o (suposto) giz.
4. Ambas mãos ocultadas pelo professor antes de iniciar cada escolha, alunos e amostras diferentes para cada rodada, presumiam a aleatoriedade exigida pela característica 2 acima (para monte carlo). Assim, a combinação dos resultados de n rodadas foi dada por

$\text{Prob}(\text{sim})=1$ se algum aluno acertasse;

$\text{Prob}(\text{não})=1/2^n$ se todos os alunos errassem.

Portanto, um protocolo de monte carlo **com viés positivo**

Outro exemplo

O problema abordado como “Exemplo de protocolo 0-k” no diagrama XXX da apostila (pg 55 do Cap. 4 e pgs A-16,17 deste Apêndice):

"O cliente que cadastrou o par de grafos (G,G') para com ele identificar-se junto ao servidor, conhece isomorfismo entre G e G' ?" (bijeção entre vértices preservando incidências, i.e., conectividade ou não por aresta)

Para uma dada instância de (G,G') , o problema é resolvido por um **Protocolo de autenticação 0-k, baseado em isomorfismo de grafos**, no qual:

1. O domínio é combinatório: Para uma série de grafos G_i haveria isomorfismos tanto entre G_i e G quanto entre G_i e G'
2. Cada rodada consiste da apresentação de um tal grafo G_i , e a respectiva entrada consiste da escolha, pelo servidor de autenticação, de qual dos dois isomorfismos ($G_i \leftrightarrow G$ ou $G_i \leftrightarrow G'$) o servidor deseja conhecer (equivalente, no problema anterior, à escolha de qual mão estaria o giz).
3. O calculo determinístico de cada rodada consiste em o cliente exibir a permutação de vértices que corresponde ao isomorfismo escolhido (equivalente a abrir a mão) e o servidor verificar se esta permutação corresponde exatamente ao isomorfismo escolhido ($G_i \leftrightarrow G$ ou $G_i \leftrightarrow G'$), ou não.
4. Um novo G_i a cada rodada, e o servidor agindo independentemente para cada escolha, presumem a aleatoriedade exigida pela característica 2 acima (para monte carlo). Assim, a combinação dos resultados de n rodadas é dada por

$\text{Prob(Não)}=1$ se algum isomorfismo escolhido não "batesse" com a permutação apresentada;

$\text{Prob(Sim)}=1/2^n$ se todos os isomorfismos escolhidos “batessem”.

Portanto, um protocolo de monte carlo **com viés negativo**

Exemplo de análise de frequência com o Vigenère

Cifragem com o algoritmo da pág 16 (Vigenère com monoalfabética XOR), chave de 7 bytes

Distribuição de ocorrências dos 571 caracteres em texto e criptograma:

TEXTO				CRIPTOGRAMA			
num.	ASCII	char	Número de ocorrências		num.	ASCII	Número de ocorrências
1°	chr(32)	' '	88 (prob=0.1541)		chr(19)	22 (prob=0.0385)	
2°	chr(97)	'a'	65 (prob=0.1138)		chr(114)	20 (prob=0.0350)	
3°	chr(101)	'e'	53 (prob=0.0928)		chr(70)	18 (prob=0.0315)	
4°	chr(111)	'o'	40 (prob=0.0701)		chr(86)	18 (prob=0.0315)	
5°	chr(115)	's'	40 (prob=0.0701)		chr(9)	17 (prob=0.0298)	
6°	chr(114)	'r'	39 (prob=0.0683)		chr(126)	17 (prob=0.0298)	
7°	chr(100)	'd'	33 (prob=0.0578)		chr(63)	16 (prob=0.0280)	
8°	chr(105)	'i'	31 (prob=0.0543)		chr(30)	15 (prob=0.0263)	
9°	chr(109)	'm'	24 (prob=0.0420)		chr(51)	15 (prob=0.0263)	
10°	chr(116)	't'	23 (prob=0.0403)		chr(93)	15 (prob=0.0263)	
11°	chr(117)	'u'	20 (prob=0.0350)		chr(20)	14 (prob=0.0245)	
12°	chr(110)	'n'	18 (prob=0.0315)		chr(25)	14 (prob=0.0245)	
13°	chr(112)	'p'	17 (prob=0.0298)		chr(55)	14 (prob=0.0245)	
14°	chr(99)	'c'	12 (prob=0.0210)		chr(92)	14 (prob=0.0245)	
15°	chr(103)	'g'	12 (prob=0.0210)		chr(7)	13 (prob=0.0228)	
16°	chr(67)	'C'	5 (prob=0.0088)		chr(8)	12 (prob=0.0210)	
17°	chr(102)	'f'	5 (prob=0.0088)		chr(59)	12 (prob=0.0210)	
18°	chr(44)	','	4 (prob=0.0070)		chr(88)	11 (prob=0.0193)	
19°	chr(108)	'l'	4 (prob=0.0070)		chr(26)	10 (prob=0.0175)	
20°	chr(227)	'ã'	4 (prob=0.0070)		chr(64)	10 (prob=0.0175)	
21°	chr(46)	'.'	3 (prob=0.0053)		chr(84)	10 (prob=0.0175)	
22°	chr(65)	'A'	3 (prob=0.0053)		chr(91)	10 (prob=0.0175)	
23°	chr(98)	'b'	3 (prob=0.0053)		chr(3)	9 (prob=0.0158)	
24°	chr(118)	'v'	3 (prob=0.0053)		chr(61)	9 (prob=0.0158)	
25°	chr(122)	'z'	3 (prob=0.0053)		chr(33)	8 (prob=0.0140)	
26°	chr(231)	'ç'	3 (prob=0.0053)		chr(80)	8 (prob=0.0140)	
27°	chr(233)	'é'	3 (prob=0.0053)		chr(82)	8 (prob=0.0140)	
28°	chr(113)	'q'	2 (prob=0.0035)		chr(15)	7 (prob=0.0123)	
29°	chr(225)	'á'	2 (prob=0.0035)		chr(21)	7 (prob=0.0123)	
30°	chr(9)	tab	1 (prob=0.0018)		chr(44)	7 (prob=0.0123)	
31°	chr(45)	'-'	1 (prob=0.0018)		chr(54)	7 (prob=0.0123)	
32°	chr(83)	'S'	1 (prob=0.0018)		chr(65)	7 (prob=0.0123)	
33°	chr(85)	'U'	1 (prob=0.0018)		chr(11)	6 (prob=0.0105)	
34°	chr(104)	'h'	1 (prob=0.0018)		chr(14)	6 (prob=0.0105)	
35°	chr(106)	'j'	1 (prob=0.0018)		chr(31)	6 (prob=0.0105)	
36°	chr(224)	'à'	1 (prob=0.0018)		chr(45)	6 (prob=0.0105)	
37°	chr(234)	'ê'	1 (prob=0.0018)		chr(58)	6 (prob=0.0105)	
38°	chr(250)	'ú'	1 (prob=0.0018)		chr(74)	6 (prob=0.0105)	
38°-39°					chr(77,94)	6 (prob=0.0105)	
40°-48°		chr(2,18,32,34,42,49,71,73,90)				5 (prob=0.0088)	
49°-53°					chr(5,23,39,48,75)	4 (prob=0.0070)	
54°-61°		chr(29,38,43,46,53,57,67,87)				3 (prob=0.0053)	
62°-67°					chr(13,22,52,56,208,218)	2 (prob=0.0035)	
68°-95°		chr(1,4,10,16,24,28,37,40,50,66,72,76, 85,95,102,122,124,129,135,145,152, 156,177,179,183,185,217,222)				1 (prob=0.0018)	

Tamanho médio de palavras do texto = 5.489; Total de bytes do criptograma: 571

Lista de exercícios

- 1 - Segundo a classificação de Warwick Ford para tipos de ataque a sistemas computacionais, o que caracteriza ataque subjacente, ataque primário ou ameaça básica a um sistema computacional?
- 2 - Em que consistem os ataques por *spoofing* de IP e de número seqüencial ao TCP?
- 3 - Porque o ataque de número seqüencial associado ao *spoofing* de IP habilita a transmissão de pacotes falsos apenas em uma direção do tráfego de sessão TCP?
- 4 - O que distingue modelos de controle de acesso discricionário de modelos de controle de acesso mandatário?
- 5 - Descreva o tipo de ataque que expõe usuários de serviços que usam controle de acesso remoto, mas sem se valer de um serviço de autenticação distribuído (exemplo de serviço: Telnet, ftp, rlogin)
- 6 - Das afirmações abaixo, diga quais são verdadeiras e quais são falsas:
Para ser segura uma cifra precisa ter um grande espaço de chaves
Uma cifra cujo espaço de chaves é grande, é uma cifra segura
Cifras cujo algoritmo criptográfico é ocultado são mais seguras
Algoritmos criptográficos assimétricos estão expostos a mais tipos de ataques que os simétricos
Algoritmos criptográficos assimétricos são menos seguros que os algoritmos simétricos
- 7 - Descreva o que é uma cifra monoalfabética, e porque é insegura. Descreva a diferença entre um algoritmo criptográfico simétrico e um assimétrico
- 8 - O que significam dedução local e quebra total de um algoritmo criptográfico?
- 9 - O que caracteriza um protocolo criptográfico ser arbitrado, ajuizado ou auto-verificável?
- 10- Diga quais dos propósitos abaixo, nenhum protocolo criptográfico até hoje concebido tem condições de almejar
Transformar sigilo em confiança na integridade de dados
Transferir sigilo entre dados
Criar confiança na integridade de dados entre pontos de transmissão
Criar sigilo para a transmissão de dados
- 11- Quais inconvenientes e limitações existem para se estabelecer canais individuais com privacidade (sigilosos) entre pares de usuários de uma rede, usando apenas algoritmos criptográficos simétricos, se compararmos ao uso de sistemas assimétricos?
- 12- Em que consiste um envelope digital?
- 13- Como um algoritmo criptográfico assimétrico é usado para estabelecer um sistema criptográfico de chaves públicas?
- 14- Como um sistema criptográfico de chaves públicas pode ser usado para implementar o conceito de assinatura digital? Em que consiste a assinatura digital de um dado?
- 15- O que é uma função de hash?
- 16- Em que consiste um MAC (*message authentication code*)?
- 17- Qual a diferença principal entre a garantia de integridade oferecida por MACs e a oferecida por assinatura digital?
- 18- Que tipo de ataque pode sofrer redes onde os agentes usam chaves públicas para estabelecer canais sigilosos entre si?

- 19- Em que consiste a certificação de chaves públicas?
- 20- Em que consiste o ataque por dicionário a um arquivo de senhas?
- 21- Como pode ser dificultado o ataque por dicionário a um arquivo de senhas?
- 22- Como pode ser evitado o ataque de personificação através do vazamento de senhas durante login remoto por escuta passiva no meio físico da rede?
- 23- Como a posse de uma chave privada pode ser verificada ao início de cada sessão, em uma rede que usa sistema de chaves públicas?
- 24- Qual o propósito do protocolo de Diffie & Hellman?
- 25- Qual o propósito da escrituração de chaves? (*key escrow*)
- 26- Porque os algoritmos assimétricos são computacionalmente viáveis, ao passo que a fatoração de inteiros e o cálculo do logaritmo discreto não o são?
- 27- Compare o uso da criptografia entre nós (*link to link*) e entre aplicativos (*end do end*): fale de uma vantagem e uma desvantagem de cada um desses tipos de implementação.
- 28- Porque uma chave assimétrica precisa ser maior que uma chave simétrica de mesma robustez?
- 29- Como o DES (*Data Encryption Standard*) se tornou o primeiro padrão criptográfico de domínio público?
- 30- Em que se baseia a segurança do algoritmo RSA?
- 31- Responda, justificando, se é seguro ou não usar o mesmo módulo para vários pares de chaves no RSA.
- 32- Responda, justificando, se é seguro ou não encriptar e depois assinar uma mensagem com o RSA.
- 33- Porque o RSA se tornou um algoritmo importante para a segurança das instituições financeiras?
- 34- Quais tipos de ação uma regra de filtragem de pacotes especifica?
- 35- Qual a maior vulnerabilidade representada por um *firewall* que liga uma rede corporativa à internet?
- 36- O que distingue Filtro de Pacotes, *Screening Router*, e *Gateway* de aplicação?
- 37- Cite duas limitações na segurança proporcionada pelos *firewalls*
- 38- O que caracteriza uma máquina como um *Bastion Host*?
- 39- Qual função do sistema operacional unix precisa ser desabilitada numa máquina com múltiplas interfaces que hospede um *gateway* de aplicação?
- 40- Como este curso mudou sua idéia do que seja segurança computacional?